

# DER STAHLBAU

SCHRIFTLEITUNG: PROF. DR.-ING. DR.-ING. E.h.K. KLÖPPEL · DARMSTADT  
VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN BERLIN-WILMERSDORF

Heft 6 — Juni 1961 A 6449 E





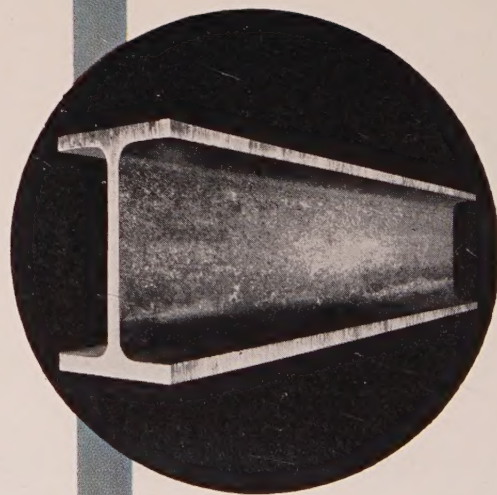
**IPE**

Wirtschaftlicher konstruieren —  
rationeller bauen  
mit **IPE**-Profilen aus

## **Thyssenstahl**

Nutzen Sie die zahlreichen technischen Vorteile  
dieser neuen europäischen Norm  
für parallelförmige I-Leichtprofile.

Die **IPE**-Profile und  
unsere Breitflanschträger  
der normalen, leichten und verstärkten Reihe  
fertigen wir auf der neuen  
Universal-Parallelfanschträger-Straße,  
deren spezielle technische Einrichtung  
die gleichbleibend hervorragende Qualität  
unserer Profile sichert.



**AUGUST THYSSEN-HÜTTE AG ·**

**DUISBURG-HAMBORN**



# DER STAHLBAU

Schriftleitung:

Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Kurt Klöppel,  
Darmstadt, Technische Hochschule

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin-Wilmersdorf,  
Hohenzollerndamm 169, Ruf: 87 15 56

30. Jahrgang

Berlin, Juni 1961

Heft 6

## Inhalt

Seite

Toscano, Dr.-Ing., Rom: Die Türme von Cadiz . . . 161

Klöppel, K., Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h., und Protte, W.,  
Dr.-Ing., Darmstadt: Ein Beitrag zum Kipp-Problem  
von Rahmenecken . . . 169

Kaschke, B., Dipl.-Ing., Berlin: Der kippgefährdete  
Träger unter nichtrichtungstreuer Belastung . . . 182

### Verschiedenes:

Resinger, F., Dipl.-Ing. Dr. techn., Graz: Eine neuartige  
Ausstellungshalle mit Rohrfachwerkbändern . . . 190

Anders, H., Ing., Ludwigshafen: Eignung nickelhaltiger  
Werkstoffe für Druckwasserreaktoren . . . 191

Persönliches . . . 192

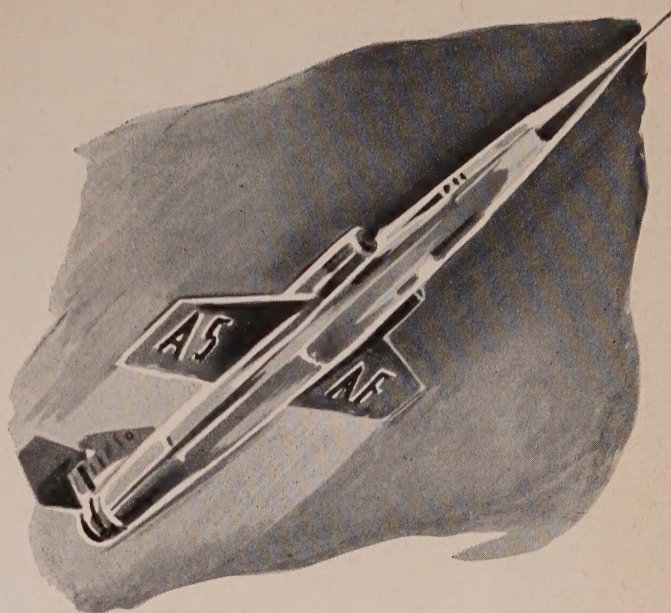
Bücherschau . . . 192

## Bezugsbedingungen

Vierteljährlich 7,50 DM (Ausland nur ganzjährlich 30,— DM), Einzelheft 3,— DM und Zustellgeld. Monatlich ein Heft, Bezugspreis im voraus zahlbar. Bestellungen nimmt jede Buchhandlung und jede Postanstalt oder der Verlag entgegen. Postscheckkonto: Berlin-West 16 88. Abbestellungen einen Monat vor Schluß des Kalendervierteljahres.

### Bestellungen:

für Österreich an Rudolf Lechner & Sohn, Wien I/1, Seilerstätte 5,  
für die Schweiz an Verlag für Wissenschaft, Technik und Industrie AG.,  
Basel, Schützenmattstraße 43,  
für Italien an Libreria Commissionaria Sansoni, Firenze, Via Gino  
Capponi 26.



Überall wo geschweisst wird . . .



**Metallogen**

der blaue Blitz

DIE **WELME** SCHNELLFLUSS-ELEKTRODE

**Metallogen**

Gesellschaft für Schweißtechnik und Werkstoffschutz m. b. H., Wattenscheid i. W.



Aus unserem Fabrikationsprogramm:

**Metallogen** - Elektroden für die Verbindungsschweißung an Stählen aller Art, auch legiert und hochgekohlt

**Metallogen** - Elektroden für die Kesselschweißung

**Metallogen** - Elektroden für die Auftragsschweißung

**Metallogen** - Elektroden für die Gußelsenschweißung

**Metallogen** - Elektroden für die Kontakt- und Tiefbrandschweißung

**Metallogen** - Elektroden für die Schweißung von rost- und hitzebeständigen Stählen

**Metallogen** - Elektroden für die Nichteisen-Metallschweißung

**Metallogen** - Zusatzwerkstoffe für die automatische Lichtbogenschweißung (Unterpulver-, Kontaktmantel-, Schutzgasschweißung)

**Metallogen** - Schweißmaschinen (Transformatoren, Umformer, Gleichrichter), Autogengeräte (Entwickler, Schweiß- u. Schneidbrenner), Schweißzubehör, Schweißdraht für die Gasschmelzschweißung (für Eisen, Stahl, Messing, Bronze, Aluminium)

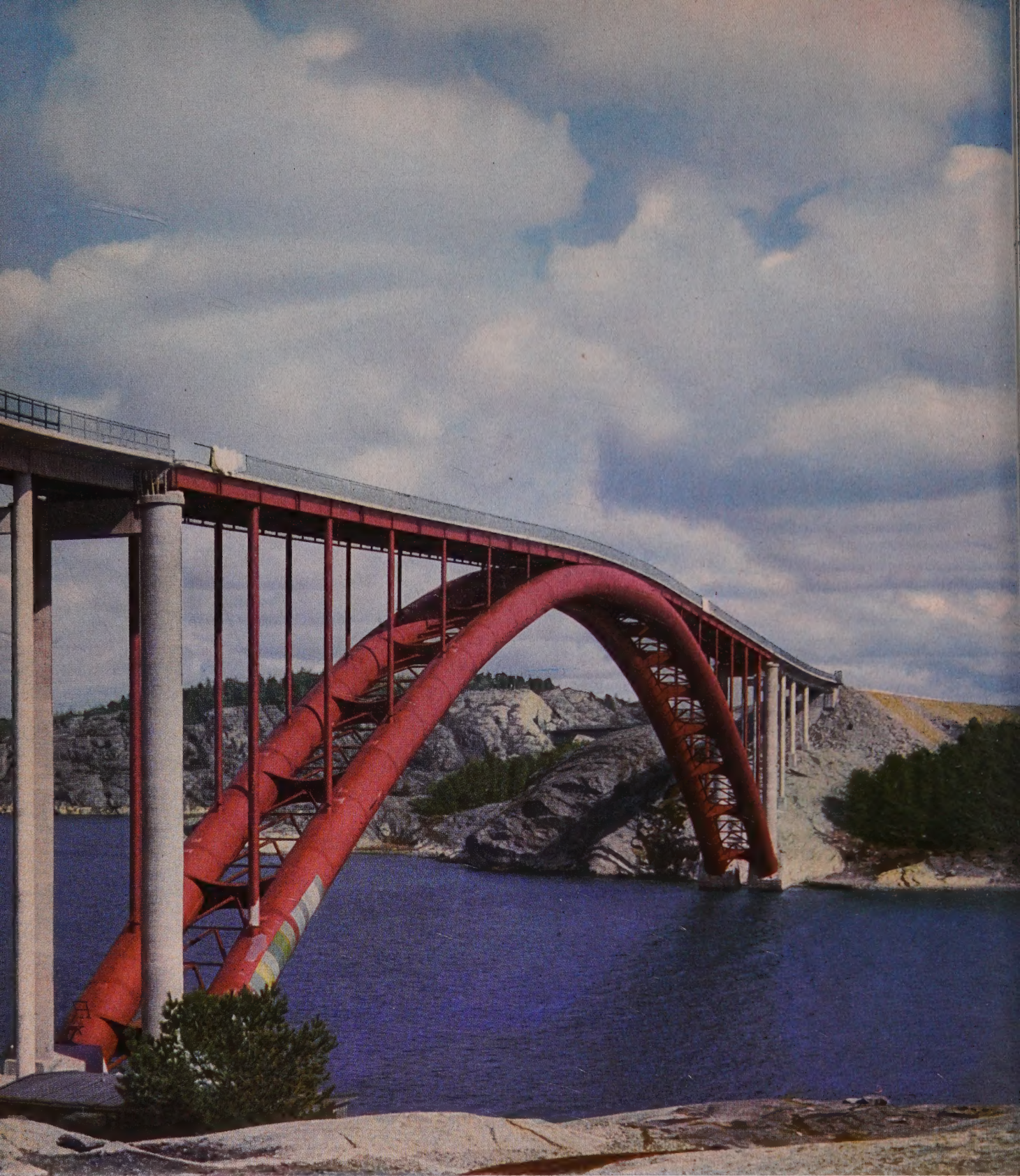
**Metallogen** ELEKTRODEN einmal erprobt immer gelobt!

**Metallogen**

Gesellschaft für Schweißtechnik und Werkstoffschutz m. b. H.  
Ruf: 84 03 u. 814 03 Wattenscheid Postfach 145

Wir suchen noch gut eingeführte, branchekundige, rührige Vertreter  
und Wiederverkäufer bei günstigen Bedingungen





Bogenbrücke über den Askerøfjord, 278 m Stützweite

**M·A·N**

Die M.A.N. blickt auf 100 Jahre Erfahrung im Brückenbau zurück. Die Bogenbrücke über den Askerøfjord wurde nach unseren Ideen in Arbeitsgemeinschaft unter unserer technischen Führung erbaut.

**MASCHINENFABRIK AUGSBURG-NÜRNBERG AG · WERK GUSTAVSBURG**



Schriftleitung:

Professor Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. Kurt Klöppel, Darmstadt, Technische Hochschule  
Fernsprecher: Darmstadt 85 26 39

50. Jahrgang

BERLIN, Juni 1961

Heft 6

## Die Türme von Cadiz

Von Dr.-Ing. Alberto Toscano, Rom

DK 624.97.014.2 : 621.315.027.3

### Aufgabe

#### 1. Anlaß zum Bau der Türme

Die vor 3000 Jahren von Sexti vorstoßenden Phönizier wählten zwischen der vor dem heutigen Huelva liegenden Heraclesinsel und

der weiter südlich liegenden Gadesinsel zugunsten dieser zweiten (Bild 1). Sie bestand aus felsigem Sandstein, war klein und leicht befestigbar, einige Kilometer vom Lande entfernt und besser für



Bild 1. Lage von Cadiz

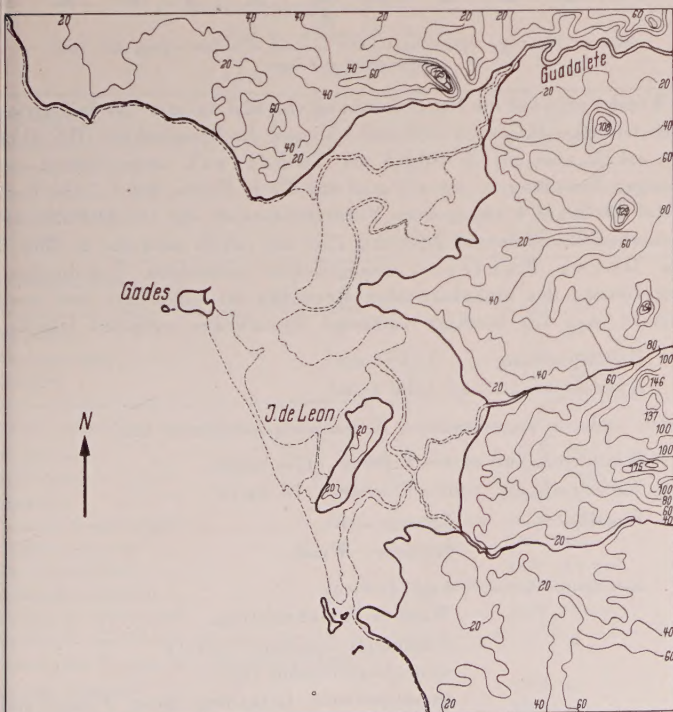


Bild 2. Geologisches Werden der Zone

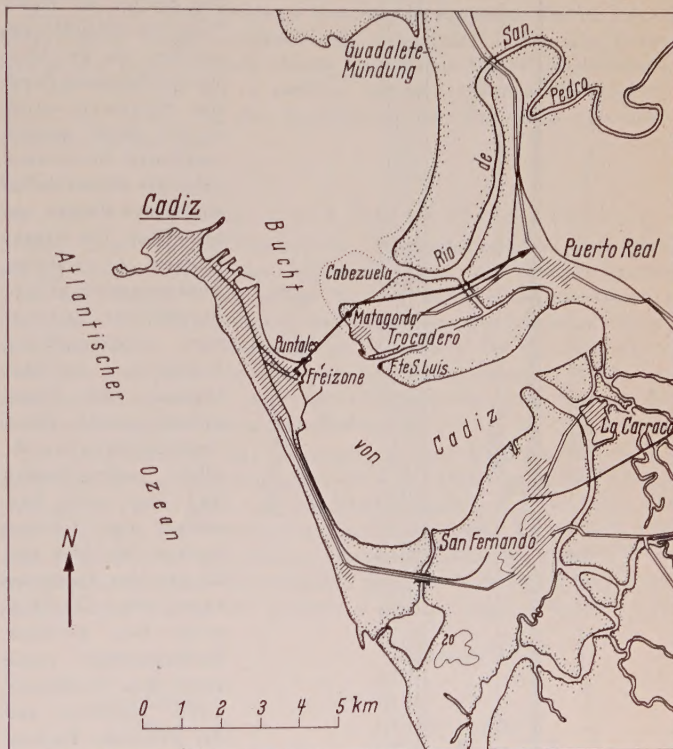


Bild 3. Heutige Topographie

eine neue Kolonie geeignet (Bild 2), besser auch als die näher zur Küste liegende Löweninsel, auf der das heutige S. Fernando liegt, die zu groß war, um eine sichere Kolonie abzugeben. Die Wichtigkeit von Gades wuchs unter der römischen Zeit, aber schon im früheren Mittelalter war Gades keine Insel mehr, denn ein Sandstreifen hatte sie mit der Isla de Leon und mit dem Festland verbunden, so daß sie an Bedeutung verlor.

Mit dem regen Verkehr zwischen Spanien und der Neuen Welt blühte Cadiz wieder auf und aus dieser Zeit stammt auch das Recht auf eine Freizone im Hafen. Nach dem wirtschaftlichen Niedergang unter dem die iberische Halbinsel in den letzten Jahrhunderten litt, hat in dem heutigen Aufschwung der spanischen Wirtschaft die gaditanische Freizone ihre Rolle wieder gefunden; unter anderem hat man dort ein  $2 \times 60$ -MW-Dampfkraftwerk errichtet.

Der Abtransport der Energie zum Festland hin konnte nun entweder über 20 km morastigen Boden mit einer Hochspannungsleitung vorgenommen werden, wobei für jede Stütze ein Pfahlrost als Fundament benötigt worden wäre, oder durch eine direkte Verbindung über die Einfahrt zur Bucht zur Trocadero-Spitze hin, wobei etwa 15 km Länge gespart wird. Man entschied sich für die letztere Lösung. Hierbei wird ein Turm auf der Insel von Puntales



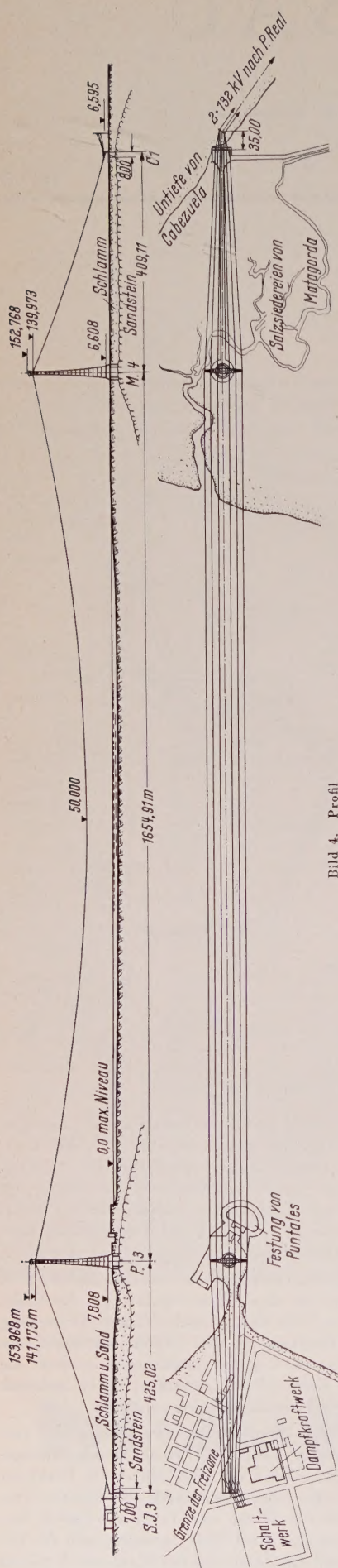


Bild 4. Profil

angeordnet — der Abspannmast kann direkt im Werk liegen — während für den anderen Turm und Abspannmast eine Stelle in dem sumpfigen Gelände des berühmten Trocadero gefunden werden mußte (Bild 3).

## 1.2 Die Geologie

Bild 2 erklärt die alluviale Herkunft und das junge Alter der ganzen heutigen Festlandzone. Die Küsten zur See hin bestehen aus angeschwommenen Sandbänken, die inneren Küsten der Bucht bestehen aus Schlamm, welcher von der Guadalete-Mündung durch das Seewasser zurück in die Bucht gespült worden ist. Dieser neue alluviale Boden ist für wichtigere Bauten unbrauchbar. Um sichere Stützen zu erzielen, muß man den Schlamm durchbohren und auf den ursprünglichen Sandstein, welcher langsam zum Ozean abfällt, gründen. Diese Sandsteinbank ist nicht allzu unregelmäßig und liegt, mit Ausnahme der felsigen Spitzen, die hier und da aus dem Seewasser ragen, etwa 12–16 m unter dem heutigen Bodenniveau, sowie unter dem Trocadero, unter Puntales und der Freizone. Es handelt sich um einen sehr porösen und unregelmäßigen, verhältnismäßig jungen Sandstein, aber seine Festigkeit ist befriedigend gut. Dank der mit den Pfahlbauten des Dampfkraftwerkes gemachten Erfahrung, beschloß man denselben Pfahltyp anzuwenden, und zwar gebohrte, bewehrte Rodio-Pfähle von 63 cm Durchmesser.

Bild 4 zeigt das ausgewählte Profil. Maßgebend waren die Stellung des Puntales-Turmes, welcher außerhalb der Festung bleiben mußte, und

die des Abspannmastes im Dampfkwerk, welcher nicht außerhalb des Werkes liegen konnte. Die in Matagorda ausgeführten Sondierungen zeigen, daß die sich dort bildende Landzunge von Cabezueta auf einer unterirdischen 16 m tiefen Sandsteinzunge ruht, welche ziemlich steil zur Bucht hin abfällt. An ihrem unterirdischen Ufer wurde der Matagorda-Turm angeordnet. Der entsprechende Abspannmast wurde am entgegengesetzten Ufer der Sandsteinzunge errichtet. Er steht bei Flut halb unter Wasser. Von dort konnte die Oberleitung auf festem sandigem Boden weitergeführt werden.

Obwohl man annehmen muß, daß der Sandstein, auf den ein Mast gegründet ist, einer einzigen tektonischen Scholle angehört, ist sein Bestand nicht so gut, daß unterschiedliche Setzungen zwischen den verschiedenen Aufstützpunkten der Pfähle nicht möglich wären.

## 1.3 Die Vorschriften

Die spanischen Elektrizitätswerke sind durch zwei verschiedene Vorschriften, die des Ministerio de Industria und die des Ministerio de Obras Publicas, gebunden. Für die Kreuzungsaufhängemaste gilt einerseits: Sicherheitsfaktor 2,50 für Regellastfall und 3,00 für Ausnahmefall, Knickzahlen nach der Euler-Tetmajer-Formel, andererseits wird gefordert: Sicherheitsfaktor 3,00 für Regellastfall und 3,75 für Ausnahmefall, Knickzahl nach einer üblichen anerkannten Formel. Beide Forderungen sind einzuhalten.

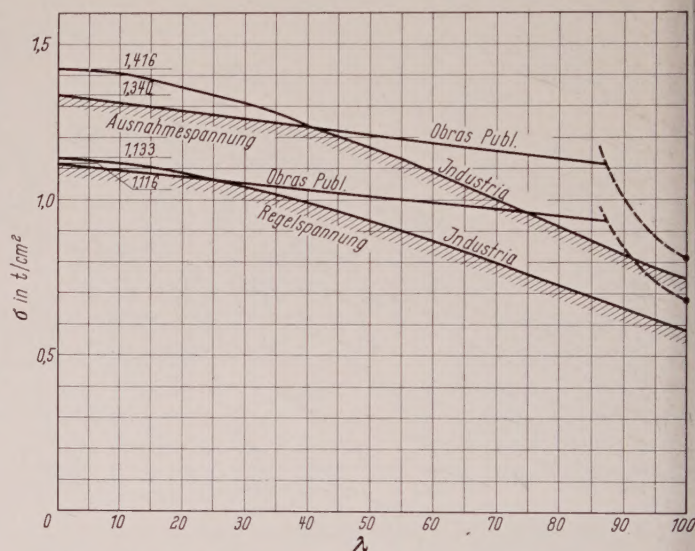


Bild 5. Zulässige Spannungen, wie sie aus der Einhaltung der zwei Vorschriften folgen

Wendet man auf die Bruchspannung von 42,5 kg/mm<sup>2</sup> die Industriesicherheitskoeffizienten 3,00 und 3,75 und die Knickzahlen DIN 4114 an, erhält man die in Bild 5 als Industria angegebenen zulässigen Spannungen; wendet man auf die in Hütte, Bd. I, 5, II, F. 3, Tafel 18, Linie 4 angegebene Tetmajer-Gerade die Obras-Publicas-Sicherheitskoeffizienten 2,00 und 2,50 an, erhält man die in Bild 5 als Obras Publicas angegebenen zulässigen Spannungen. Die Grenze des einzuhaltenden Bereiches ist schraffiert und man ersieht, was für niedrige zulässige Spannungen erhalten werden.

Regelspannung 1,116 t/cm<sup>2</sup>,  
Ausnahmespannung 1,340 t/cm<sup>2</sup>.

Die anderen angewendeten Berechnungsannahmen sind:

Winddruck auf ebene Flächen 125 kg/m<sup>2</sup>,  
Winddruck auf runde Flächen 75 kg/m<sup>2</sup>.

Regellast: — Eigengewicht,  
— Seitlicher Wind.

Ausnahmefall: — Eigengewicht,  
— Wind in Spannrichtung,  
— maximaler Zug eines Leiters ohne Ermäßigung (10 t),  
— asymmetrische Belastung durch Fehlen der drei Leiter an einem Ausleger.



#### 4 Die zu tragenden Lasten

Die Maste sollen die 6 Leiter einer 132-kV-Oberleitung über die Masten tragen. Aus den Erfahrungen von Messina [1] kann man folgende Empfehlungen schlußfolgern:

Verzinkte Stahlkonstruktion ist unbedingt erforderlich. Gegengewichte sind unnötig.

Jede mögliche Erleichterung der Verlegearbeiten der Kabel muß ausgenutzt werden.

Die erforderlichen Unterhaltungskosten dürfen nicht höher liegen als für den Festlandteil der Leitung.

Der Qualitäts- und damit Kostenerhöhung des Leiters entspricht, durch den geringeren Durchhang, eine Ermäßigung der Stützenkosten, so lange diese nicht durch die Erhöhung des Kabelzuges und des Winddruckes auf den möglicherweise größeren Durchmesser der Kabel kompensiert wird, und so lange sich nicht eine Reihe zusätzlicher technischer und Instandhaltungsfragen ergeben.

Um die durch den elektrischen Strom verursachte Temperaturerhöhung zu beseitigen, wäre ein Aluminiumquerschnitt von 100 mm<sup>2</sup> ausreichend; wenn man das Aluminium aber als Mantel verwenden will, erhält man davon nur eine Schicht, zu wenig, um die tragende Stahlseele vor Korrosion zu schützen und um sich selbst genügend Festigkeit zu gewähren. Hierzu werden mindestens zwei Schichten benötigt. Dadurch erhöht sich wieder der Stahlquerschnitt. Bild 6 zeigt den gewählten Kabelaufbau, Tafel 1 seine Eigenschaften und die auf die Maste hervorgerufenen Lasten. Die Aufhängehöhe der Kabel wurde mit 140 m und der gegenseitige Abstand der Kabel mit 2 m errechnet.

#### 5 Die Frage der Wirtschaftlichkeit

Die Kosten der wichtigsten Materialien sind hier in Pesetas angegeben und mit rund 15 : 1 auf DM umgerechnet. Der erste Wert

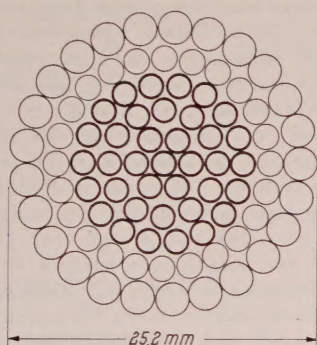


Bild 6. Aufbau des Kabels

Tafel 1. Daten des Kabels

<b>Stahlseele</b>	
Form: 1 + 6 + 12 + 18 = 37 Drähte	$\phi$ 2,2 mm
Durchmesser	15,7 mm
Querschnitt	141 mm <sup>2</sup>
Zugspannung	190 kg/mm <sup>2</sup>
Gewicht	1,120 kg/m
<b>Aluminiummantel</b>	
Form: 24 Drähte $\phi$ 2,2 mm + 25 Drähte	$\phi$ 2,7 mm
Querschnitt	234 mm <sup>2</sup>
Zugspannung	18 kg/mm <sup>2</sup>
Gewicht	0,652 kg/mm <sup>2</sup>
<b>Gesamter Leiter</b>	
Durchmesser	25,2 mm
Querschnitt	375 mm <sup>2</sup>
Nutlast	27 000 kg
Theoretisches Gewicht	1,772 kg/m
Effektives Gewicht	1,860 kg/m
Elastizitätsmodul	11 000 kg/mm <sup>2</sup>
Dehnungskoeffizient	$15,76 \cdot 10^{-6}$ 1/°C
Berechneter Widerstand	0,125 $\Omega$ /km
<b>Lasten eines Leiters, samt Aufhängegarnitur</b>	
Gewicht, vertikal	5 000 kg
Winddruck, transversal	2 000 kg
Maximaler Zug, longitudinal	10 000 kg

entspricht den untersuchten Angeboten, der zweite einer Kostenuntersuchung, die darauf folgenden entsprechen den endgültigen tatsächlichen ausgezahlten Bruttokosten:

1. Hochwertige importierte Stahlkonstruktion hoher Bearbeitungs-kategorie aus Qualitätsstahl in schweren Teilstücken versandt (19,91), samt Montage (3,25), Anstrich (1,40) und Fracht (1,50): pro kg 26,06 Pts = 1,85 DM.

2. Schwere im Inland hergestellte Stahlkonstruktion in großen Teilstücken versandt (9,15), aus Qualitätsstahl (6,10) samt Montage (3,25), Anstrich (1,40) und Fracht (0,85): pro kg 20,75 Pts = 1,38 DM.

3. Leichte im Inland hergestellte Stahlkonstruktion einfacher Bearbeitungskategorie, in kleinen Teilstücken versandt, feuerverzinkt (8,15), aus Qualitätsstahl (6,10) samt Montage (2,80) und Fracht (0,85): pro kg 17,90 Pts = 1,19 DM.

4. Vorgespannter Beton samt 2,5 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup> Verschalung, 35 kg/m<sup>3</sup> Stahlbewehrung, 5 m/m<sup>3</sup> Kabel, Kabelende und alles Zubehör: pro m<sup>3</sup> 3500 Pts = 233,35 DM.

5. Pfahlbauten samt Bewehrung und Prüfkosten:  
pro m 770 Pts = 51,34 DM.

Man erkennt einen gewissen Unterschied zugunsten der im Inland hergestellten Stahlkonstruktion, im Gegensatz zu den sehr hohen Kosten der Betonarbeiten. Dieses hohe Beton-Stahl-Preisverhältnis, das ein Vielfaches des in anderen Ländern üblichen Preisverhältnisses ist, wurde für die Bearbeitung des Entwurfes von maßgebender Bedeutung.

#### 2. Entwurf

##### 2.1 Untersuchung einer Pyramidalstruktur

Dem kreisförmigen Verlauf der Trägheitsmomente einer viereckigen Pyramidalstruktur bei Auftragung in Polarkoordinaten steht der weniger zweckmäßige Verlauf der Widerstandsmomente gegenüber. Der Parallelschaft hat außerdem sein kleinstes Widerstandsmoment in der Richtung der Diagonalen. Da der Eckstiel sowohl von den quer- wie auch von den längsgerichteten (in Spannrichtung) Komponenten der Lasten beansprucht wird, ist auch die Größe in Diagonalrichtung von Bedeutung.

Der Diagonalschaft hat demgegenüber seine Kleinstwerte, welche auch verschieden sein können, gerade in der Quer- und in der Längsrichtung, d. h. die quer- und die längsgerichteten Komponenten der Lasten wirken auf verschiedene Stielpaare. Diese Eigenschaft gibt dem Diagonalschaft eine klarere Statik und führt bei höheren Konstruktionen auch zu Ersparnissen, da sein höchstes Widerstandsmoment in Richtung der größten Belastung liegt, während er in

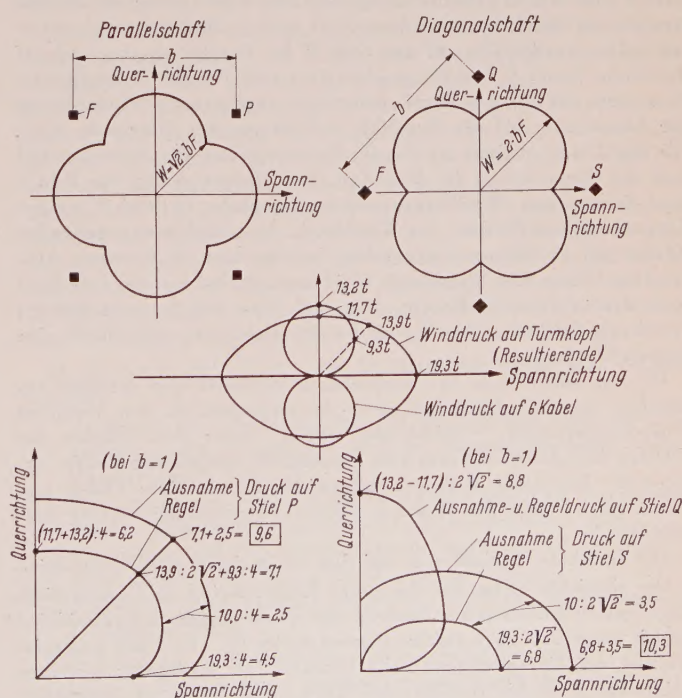


Bild 7. Trägheitsmomentenverlauf bei Parallel- und Diagonalschaft



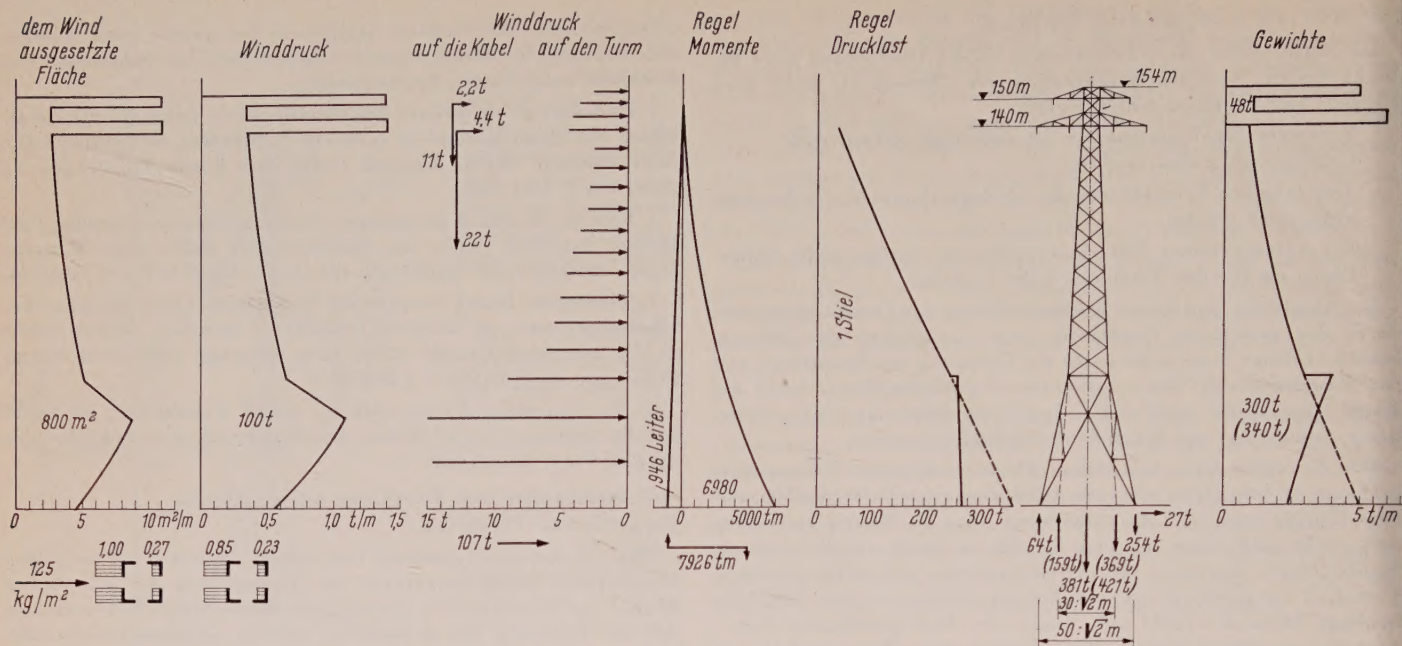


Bild 8. Untersuchung einer Pyramidalstruktur

Quer- und Längsrichtung jene Werte haben kann, welche für jede der zwei Richtungen für erforderlich erachtet werden.

Bild 7 zeigt oben den Verlauf der Widerstandsmomente bei Parallel- und Diagonalschaft. In der Mitte ist das Polardiagramm der vom Winddruck auf den Turmkopf verursachten Lasten eingetragen. Das Diagramm des Winddruckes auf die 6 Kabel liefert dabei den Wert in Querrichtung, da keine längsgerichtete Komponente abgesetzt wird. Trotz der guten Erfahrungen in Messina mit dem Diagonalschaft hat man den Parallelschaft als Untersuchungsbasis vorgezogen mit der Absicht, dadurch eine gewisse Vereinfachung der Konstruktion zu erzielen. Bild 8 faßt alle Daten dieser Untersuchung zusammen.

Der Winddruck auf die Konstruktion wurde mit der üblichen Formel nach Bild 22 gerechnet [1], in dem jede vom Wind getroffene Fläche beachtet und für jede der Schirmungskoeffizienten ausgerechnet wurde mit  $c_w = 1$ . Als Druck des Windes in Diagonalschaft auf den Turmschaft hat man den 1,10fachen Querwinddruck angenommen. Die auf dem Turmkopf wirkenden waagerechten Lasten sind in Bild 7 (Mitte) angegeben. Ihre Auswirkung auf den am meisten auf Druck beanspruchten Stiel wird in Bild 7 (unten) untersucht. Die Druckkräfte auf den Stiel  $P$  des Parallelschaftes und auf die Stiele  $S$  und  $Q$  des Diagonalschaftes sind für  $b = 1$  angegeben. Man sieht, daß für den Parallelschaft die ungünstigste Windrichtung für Ausnahme- und für Regelfall in Richtung der Diagonale liegt; für den Diagonalschaft ist sie die Spannrichtung für Ausnahmefall und die Querrichtung für Regelfall. Der Untersuchung von Bild 8 liegt daher diese Windbeanspruchung zugrunde. In Bild 8 werden die ausgesetzten Flächen, der Winddruck, die sich daraus ergebenden Kräfte und die Momente angegeben. Im einzelnen ist zu sagen: Ausgesetzte Fläche und Winddruck für Diagonalwind werden errechnet nach den erläuterten Regeln. Der nach dem angegebenen Schema errechnete Schirmungskoeffizient ist ein Mittelwert und gilt für den ganzen Schaft.

Die von den Kabeln hervorgerufenen Momente sind getrennt angegeben, um zu zeigen, daß sie — im Gegensatz zu den normalen Freileitungsmasten — nicht überwiegen. Unter dem Schema des Turmes sind die vom Turm zum Fundament ausgeübten Kräfte angegeben: Zug eines Fußes, Totalgewicht, Druck eines Fußes und Schub eines Fußes. Die Werte in Klammern gelten bei engerer Aufstandsfläche.

Die Drucklast bezieht sich auf den am meisten gedrückten Stiel.

Die Gewichte gelten für die ganze Konstruktion. Die schematisch angedeutete Konstruktion besteht aus einem einfachen pyramidalen Schaft unter dem nach einem scharfen Knick die vier Füße gespreizt werden, um die schon sehr hohe Drucklast zu begrenzen; trotzdem reicht ihr Wert bis zu 270 t bei Regel- und 310 t bei Ausnahmefall.

Falls man die Ausspreizung der Füße vermeidet und die Basis auf 30 m in Richtung der Diagonale beschränkt (in Bild 8 gestrichelt), baut sich die Drucklast bis zu 365 oder 410 t auf; das Gewicht wächst dabei um etwa 40 t an.

Unter Berücksichtigung der beschränkten Baumittel ergibt die Bemessung des Turmes trotz der großen Ausspreizung der Füße ein Gewicht von etwa 350 t. Dieses hohe Gewicht steht mit den niedrigen zulässigen Spannungen in Zusammenhang, welche von vornherein die wirtschaftliche Seite des Objektes beeinflussen. In dem Vergleich der Diagramme von Bild 8 mit dem von [1] Bild 3 beobachtet man, daß der Winddruck auf den 154 m hohen Turm fast stärker ist als der für die 200 m hohen Türme der Vorentwürfe von Messina. Man muß die 100 t des in Bild 8 mit dem in der gleichen Weise errechneten Winddruck des endgültigen Entwurfes vergleichen: 142 t quer, 154 t längs und etwa 148 t diagonal. Das Verhältnis 100/148 der ausgesetzten Flächen ist etwa das gleiche wie das der entsprechenden Gewichte  $n = 350/500$ , wobei es theoretisch etwas größer sein dürfte, d. h.  $n^{2/3}$ ; praktisch ist aber der Unterschied zwischen  $n^{2/3}$  und  $n$  durch die kleinere Schlankheit der verfügbaren Profile ausgeglichen.

Aus den Untersuchungen schloß man, daß es trotz aller vorgenommenen konstruktiven Vereinfachungen die damals (1956) verfügbaren industriellen Mittel nicht ermöglichten, die für eine Pyramidalstruktur erforderlichen schweren Teilstücke in Spanien selbst herzustellen, da es weder möglich war, über die dazu nötigen großen Profile zu verfügen, noch sie durch Zusammenschweißen zu erhalten. Eine Pyramidalstruktur konnte also nur durch Import aus dem Ausland erhalten werden. In diesem Fall wäre aber, durch die höhere Bearbeitungskategorie, das Gewicht der Konstruktion auf etwa 280 t oder 310 t für den Fall mit engerer Basis gesunken.

## 2.2 Anforderungen an das Fundament

Die Stützen einer normalen Mastkonstruktion können gewisse waagerechte Verrückungen ohne Schaden aufnehmen, sind aber nicht imstande, auch nur kleine senkrechte Verrückungen zu erdulden. Das Fundament muß deswegen für die Stützen der Stahlkonstruktion möglichst starr sein. Um dessen Kosten und daher dessen Abmessungen klein zu halten, wäre es wünschenswert, die Schaftfüße des Turmes möglichst zusammenzuziehen. Da dies aber eine Erhöhung des Gewichtes des Schaftes bedeutet, muß man die Wirtschaftlichkeit der Stahlkonstruktion gleichzeitig mit der des Fundamentes untersuchen, wenn man nicht in die Fundamente unnötig viel Stahl stecken will, denn dies würde sich durch die in 1.5 angegebene Preislage besonders nachteilig auswirken.

Für den in Bild 8 untersuchten Turm wäre ein Betonkreuz anzuwenden, das auf mindestens  $4 \times 24$  Pfählen ruhen müßte. Tafel 2a gibt die betreffenden Kosten nach 1.5 an. Entwirft man den Schaft



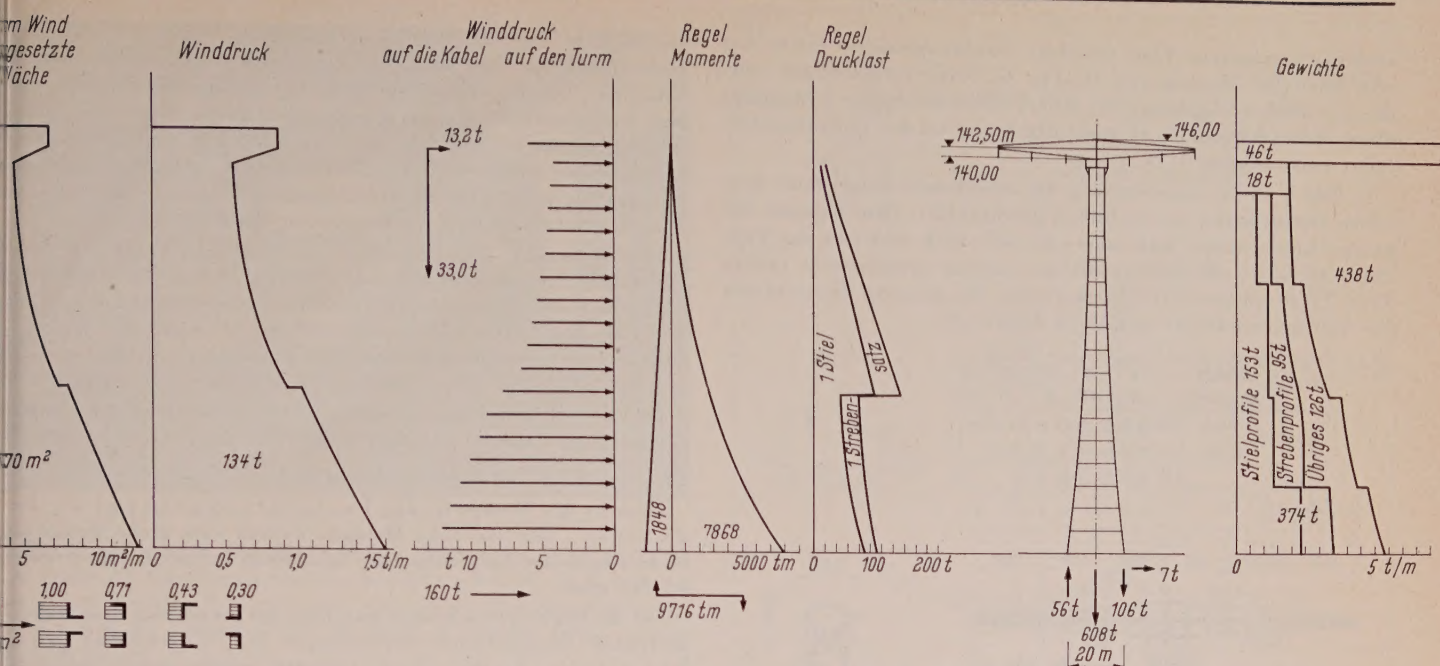


Bild 9. Untersuchung der ausgeführten Konstruktion

T a f e l 2. Gesamtkosten der Konstruktion

Lösung	Konstruktionsteile	Einheitspreis	Teil Preis M. Pts	Gesamt Preis M. Pts
a	Importierte Stahlkonstruktion wie 1.5.1 nach Bild 8: 2 × 280 t	26,06 Pts/kg	14,6	
	Stahlkonstruktion im Beton außer der Bewehrung: 2 × 10 t	26,06 Pts/kg	0,5	
	Betonkonstruktion wie 1.5.4 für Bild 8: 2 × 2000 m³	3500 Pts/m³	14,0	31,8
	Pfähle wie 1.5.5 für Bild 8: 2 × 18 × 96 m	770 Pts/m	2,7	
b	Importierte Stahlkonstruktion wie 1.5.1 nach Bild 8 gestrichelt: 2 × 310 t	26,06 Pts/kg	16,2	
	Stahlkonstruktion im Beton außer der Bewehrung: 2 × 12 t	26,06 Pts/kg	0,6	29,1
	Betonkonstruktion wie 1.5.4 für Bild 8 gestrichelt: 2 × 1500 m³	3500 Pts/kg	10,5	
	Pfähle wie 1.5.5 für Bild 8 gestrichelt: 2 × 18 × 64 m	770 Pts/kg	1,8	
c	Schwere, im Land hergestellte Stahlkonstruktion wie 1.5.2 nach Bild 8 gestrichelt: 2 × 390 t	20,75 Pts/kg	16,2	
	Stahlkonstruktion im Beton außer der Bewehrung: 2 × 12 t	20,75 Pts/kg	0,5	29,0
	Betonkonstruktion wie 1.5.4 für Bild 8 gestrichelt: 2 × 1500 m³	3500 Pts/kg	10,5	
	Pfähle wie 1.5.5 für Bild 8 gestrichelt: 2 × 18 × 64 m	770 Pts/kg	1,8	
d	Leichte, im Land hergestellte Stahlkonstruktion wie 1.5.3 nach Bild 9: 2 × 488 t	17,90 Pts/kg	17,5	
	Stahlkonstruktion im Beton außer der Bewehrung: 2 × 19 t	17,90 Pts/kg	0,7	27,2
	Betonkonstruktion wie 1.5.4 für Bild 9: 2 × 1000 m³	3500 Pts/kg	7,0	
	Pfähle wie 1.5.5 für Bild 9: 2 × 18 × 72 m	770 Pts/kg	2,0	

nach der in Bild 8 gestrichelt gezeichneten, geschlosseneren Form, so reduzieren sich die Kosten des Fundamentes und damit auch die Gesamtkosten, wie unter b angegeben. Es wären jetzt nur noch 1500 m<sup>3</sup> und 4 × 16 Pfähle erforderlich. Viel enger kann man aber den Schaft nicht zusammenziehen, ohne die konstruktiven Schwierigkeiten sehr zu vergrößern.

Auch wenn eine im Lande hergestellte Stahlkonstruktion verwandt werden sollte, wäre der vermutliche Preisunterschied nicht genügend groß, um die entsprechende Gewichtszunahme zu kompensieren, Tafel 2 c, abgesehen von den schwierigen damit verbundenen technischen Fragen.

Es bestand also aus wirtschaftlichen Erwägungen einerseits das Bestreben, ein leichtes Fundament zu errichten, aus konstruktiven Erwägungen andererseits aber eine schwere Stahlkonstruktion zu vermeiden, so daß sich die Lösung als Antwort auf die folgende Frage darbot: Welches ist das leichteste Betonfundament und wie kann man die dafür geeignete Stahlkonstruktion herstellen?

### 2.3 Die ausgeführte Konstruktion

Der durch Pfähle erreichte Sandstein wird am besten durch gleichmäßig verteilte Kräfte in Form eines Kranzes beansprucht. Zur Betonkonstruktion hin muß man nun entscheiden, ob man diese Kräfte auf eine geringere Anzahl von Stielen konzentriert, oder ob man sie in ihrer feinen Verteilung nach oben bestehen läßt. Eine Konzentration der Kräfte erfordert notwendigerweise eine Verstärkung der Betonkonstruktion, wenn diese als möglichst starr wirken soll. Am zweckmäßigsten ist wohl eine kontinuierliche Anordnung der Stiele. Auch wenn man von 72 Pfählen auf 48 Stiele übergeht, können die Kräfte und die Reaktionskräfte auf die Betonkonstruktion als kontinuierlich angesehen werden. Daraus ist zu schlußfolgern, daß die für den Betonring geeignetste Konstruktionsform des Mastes eine möglichst fein gegliederte Stahlstruktur ist.

Durch die Feingliederung der Stahlstruktur erhält man folgende Vorteile:

Je feiner die Gliederung ist, um so einfacher kann man eine Normung der Tragglieder und der Konstruktionsbestandteile durchführen.

Die Anzahl der verwandten Profiltypen läßt sich beschränken. Leichte Konstruktionen können leichter verzinkt werden.

Einfachere und billigere Montageausrüstungen reichen aus.  
Mögliche Fehler haben weniger schwere Folgen.

Schließlich sind leichte, genormte, vereinfachte Strukturteile leichter zu bauen.

Die Feingliederung ist es also, die es ermöglicht hat, die Stahlkonstruktion in Spanien selbst herzustellen und damit die Konstruktion den Baumöglichkeiten und nicht wie üblich, die Baumittel der Kon-



struktion anzupassen. Eine vieleckige Stahlkonstruktion dieser Art war schon für Messina von Dr.-Ing. G. Covre vorgeschlagen worden [2], welcher vom Entwerfer aufgefordert wurde, die Anwendung dieser Konstruktionsart zu genehmigen und an der Entwurfsarbeit selbst teilzunehmen.

In Bild 9 ist die Untersuchung der Stahlkonstruktion unter denselben Bedingungen wie in Bild 8 durchgeführt. Dem Gewicht der ganzen Konstruktion muß man noch 50 t Zink und 19 t des Fußringes zuzählen, um das Gewicht der wirklich verarbeiteten und in Tafel 2 d erwähnten 507 t zu erreichen. Die gesamte Konstruktion des Aufhängemastes ist in Bild 10 dargestellt.

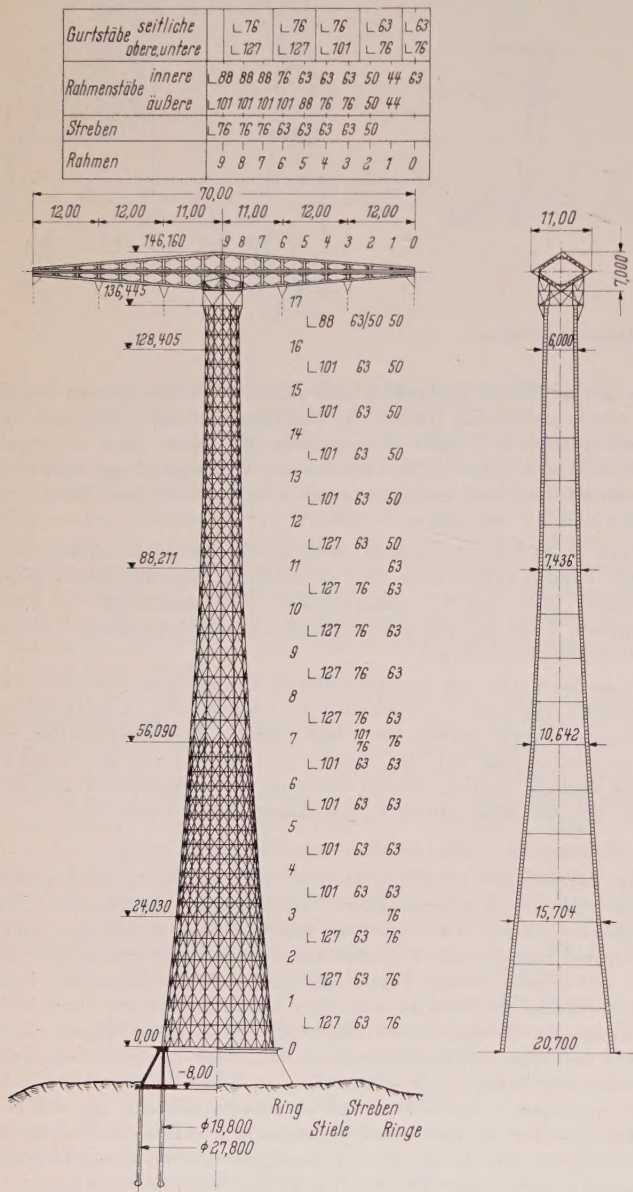


Bild 10. Schema der Konstruktion

Der Durchmesser des Pfahlkranzes beträgt etwa 28 m und die Pfähle sind so verteilt, daß durch den Betonring die Verbindung zu dem bedeutend kleineren Durchmesser des Stahlschaftes ohne Schwierigkeit hergestellt werden kann.

Der Schaft besteht aus 24 auf einem Kreis angeordneten Stielen und ist in 8 m lange Abschnitte geteilt. Ab drittem Ring ermäßigen die Stiele ihren Querschnitt fast auf die Hälfte, ab siebenten nehmen sie wieder ihren ursprünglichen Querschnitt an, vermindern sich aber zu 12; ab zwölften ermäßigen sie wieder den Querschnitt und schließlich noch einmal am sechzehnten Ring, um sich dann mit den Konsolen zu verbinden, auf denen durch drei Sattel der Kreuzarm ruht. Die aus den Streben gebildeten Rauten sind so gewählt, daß

sie wirksam die Stiele entlasten und dadurch auch deren Diskontinuität mildern. Der Schaft wird statisch als geodätische Struktur behandelt. Die Rauten bilden allerdings entlang des Schaftes nicht eine kontinuierliche, gleichmäßig geneigte Kurve wie es sein müßte, sondern bauen allmählich wegen der nicht mit dem Durchmesser abnehmenden Länge der Schaftabschnitte und dessen Teilungen ihre Neigung bis auf plötzliche Ermäßigungen auf. Die Dicke der geodätischen Struktur bleibt für den ganzen Schaft dieselbe.

Der Kreuzarm ist 70 m breit. Es sind nur vier waagrechte Stiele vorhanden. Statt Rauten hat man ringförmige Rahmen angewendet, welche mit den Stielen durch Versteifungen verbunden sind. Trotz der offenbar höheren Diskontinuität der Struktur hat man doch noch eine gewisse Feingliederung erhalten, durch welche auch für den Kreuzarm eine gute Normung der Bestandteile erreicht wurde.

Für die Abspannmaste erwies sich ein ohne Fundament direkt auf die Pfähle ruhend vorgespannter Betonring als angebracht.

2.4 Die verfügbaren Mittel

Bauherr des Werkes ist das Instituto Nacional de Industria, eine staatliche Holding, welcher eine große Bedeutung in dem heutigen Aufschwung der spanischen Industrie zugesprochen werden muß.

Für die Pfahlbauten konnte man über die gerade von dem Dampfkraftwerk freigegebenen Ausrüstungen der Cimentaciones Especiales Rodio S. A. verfügen, welche sofort eingesetzt wurden, um die Probebohrungen auszuführen und kurz danach die ersten Pfähle zu setzen.

Für den Betonring wurde die Agroman S. A. herangezogen; ihr wurden auch die Abspannmaste in Auftrag gegeben. Gewisse Sorge hatte man eine Zeitlang wegen der Zementlieferung.

Bei den Stahlprofilen gab es keine Schwierigkeiten. Es war eine gewisse Menge nordamerikanischer Profile vorrätig, deren Auswahl allerdings sehr begrenzt war, wie Tafel 3 beweist. Sehr schwer war es, die nötigen Flacheisen in der genügenden Güte zu beschaffen. Große Schwierigkeiten hatte man auch, um die 180 000 Schrauben und die 100 t Zink zu besorgen.

Tafel 3. Eigenschaften der verfügbaren Stahlprofile

Fabrikat		Phoenix, USA		
Bruchspannung		49 500 ÷ 42 500 t/m <sup>2</sup>		
Streckgrenze		39 500 ÷ 34 000 t/m <sup>2</sup>		
Elastizitätsgrenze		35 000 ÷ 29 000 t/m <sup>2</sup>		

Benennung	Maße		Querschnitt	Gewicht
	mm	Zoll	cm <sup>2</sup>	kg
L 127	127,0 × 12,7	5 × 1/2	30,64	24,11
L 101	101,6 × 9,5	4 × 3/8	18,45	14,58
L 88	88,9 × 9,5	3,5 × 3/8	16,00	12,65
L 76	76,2 × 7,9	3 × 5/16	11,48	9,08
L 63	63,5 × 6,5	2,5 × 1/4	7,68	6,10
L 50	50,8 × 4,7	2 × 3/16	4,58	3,63
L 44	44,5 × 4,7	1,75 × 3/16	4,00	3,15

Für den Stahlbau wurde die MADE (Material Auxiliar de Electricaciones S. A.) beauftragt, welche auf Rat des Bauherrn während der Bestellung der Fundamente eine kleine Werkstatt in Cadiz selbst errichtete, um die Stahlkonstruktion an Ort und Stelle herstellen zu können und damit all die beträchtlichen mit einer 860 km entfernten Werkstätte verbundenen Schwierigkeiten zu umgehen. Die Werkstatt (Bild 11) wurde mit einer guten Druckluftanlage für eine Sandstrahleinrichtung, mit einer geeigneten Verzinkungswanne 8,50 × 0,80 × 1,50 m und mit den nötigen Reinigungswannen versehen. Den Spezialstahl für die Wanne zu besorgen, war auch wieder mit Schwierigkeiten verbunden. Ferner wurde die Werkstätte mit folgenden Maschinen versehen: Eine universelle Schnittstanze, zwei große radiale und zwei mittlere Bohrmaschinen, eine Profilirichtmaschine, zwei Sägen, acht elektrische Schweißmaschinen, ein Laufkran und kleinere Werkzeuge.

Die Montage wurde der SEMI (Soc. Espanola de Montajes Industriales) in Auftrag gegeben; ihr wurde auch das Verlegen der Kabel anvertraut.



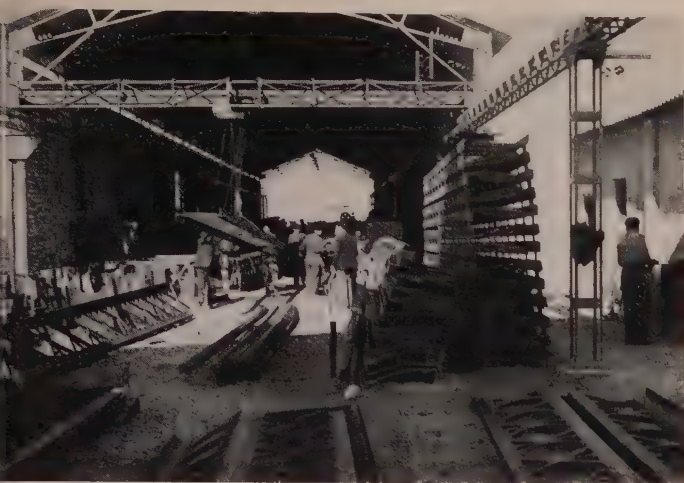


Bild 11. Stahlbau-Werkstatt, halbe Stiele im Vordergrund

Die Kabel wurden von der A W C O (Aluminium Wire an Cable Co. Ltd.), die Garnituren von der A. Salvi & C. S. p. A. und die Isolatoren von den Porcelainfabriken Norden geliefert. Dies waren die einzigen Teile, die nicht in Spanien selbst erzeugt worden waren.

## 5. Das Fundament

### 5.1 Die Berechnung

Die zulässige Last eines Pfahles wurde auf 100 t errechnet, ein Wert, der dann auch durch Versuche bestätigt wurde. Die Dauerlast sollte im Bereich von 50 t liegen, die vorübergehenden Lasten waren auf  $\pm 25$  t zu beschränken, so daß ein Belastungsbereich von etwa 75 bis 25 t zur Verfügung stand. Die Konstruktion des Fundament-ringes ist in Bild 12 gezeigt. In Bild 13 ist die Berechnungsart der

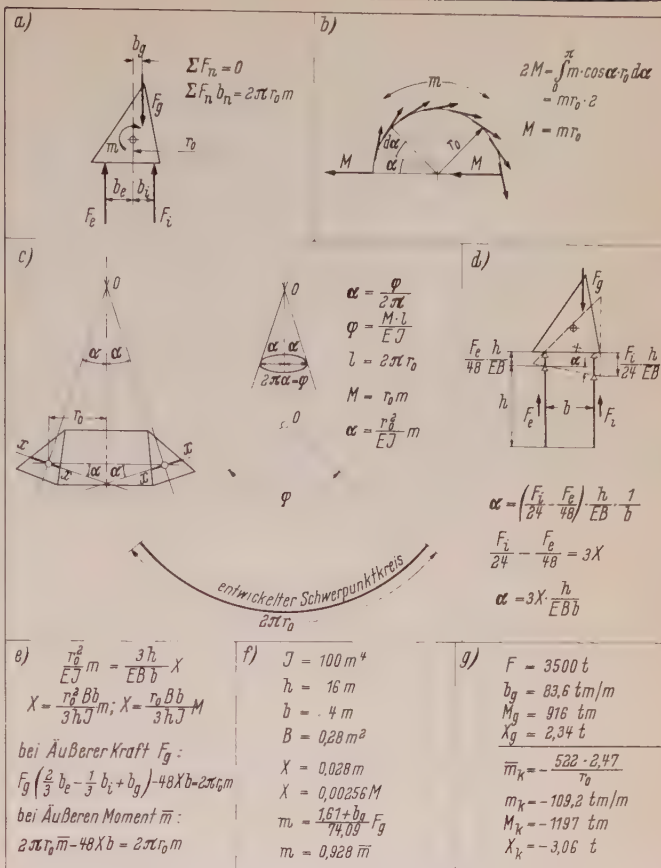


Bild 13. Beanspruchung des Betonringes durch äußere Belastungen

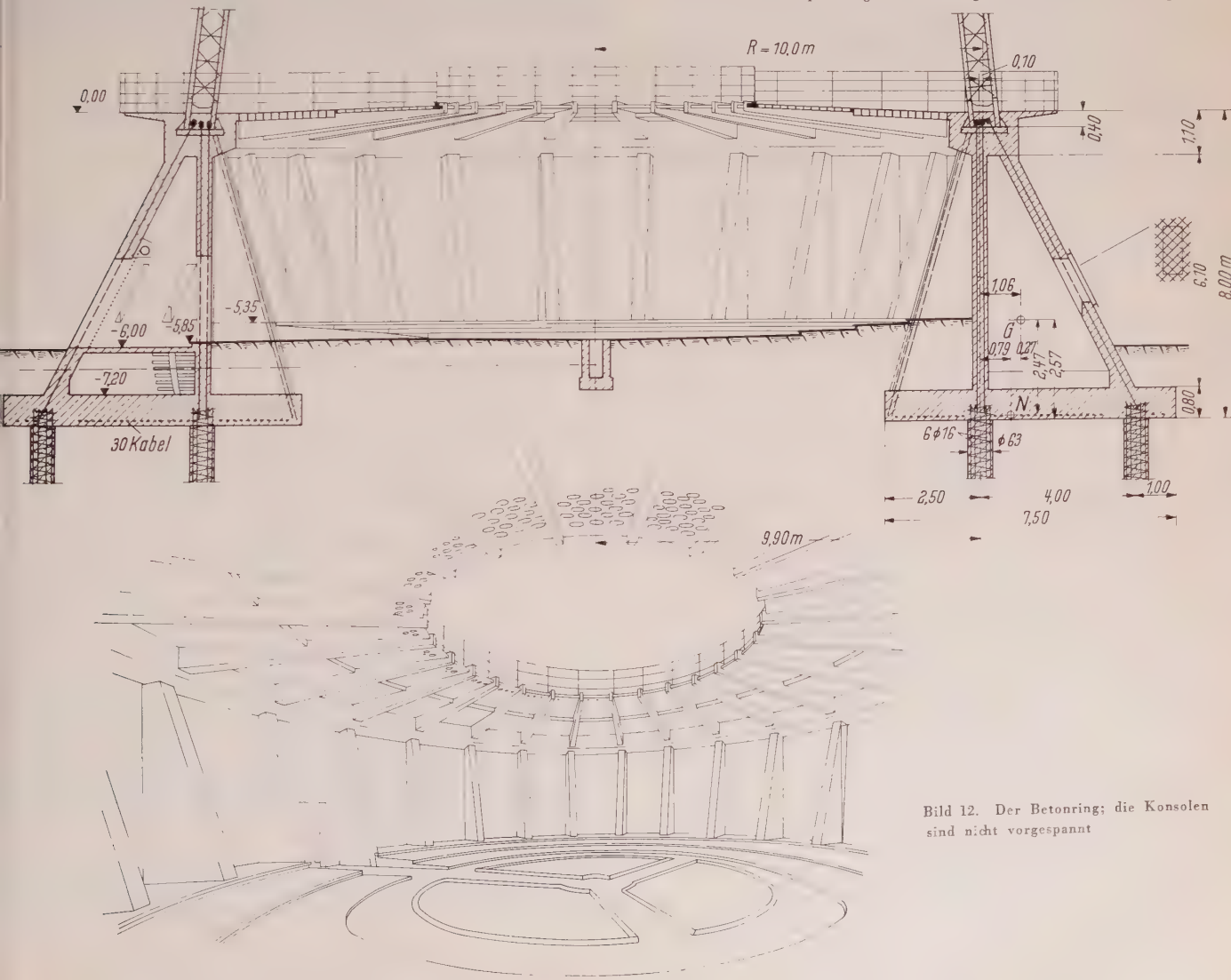


Bild 12. Der Betonring; die Konsolen sind nicht vorgespannt



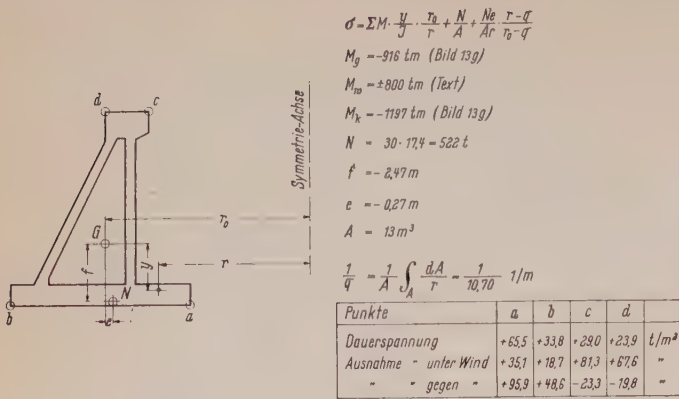
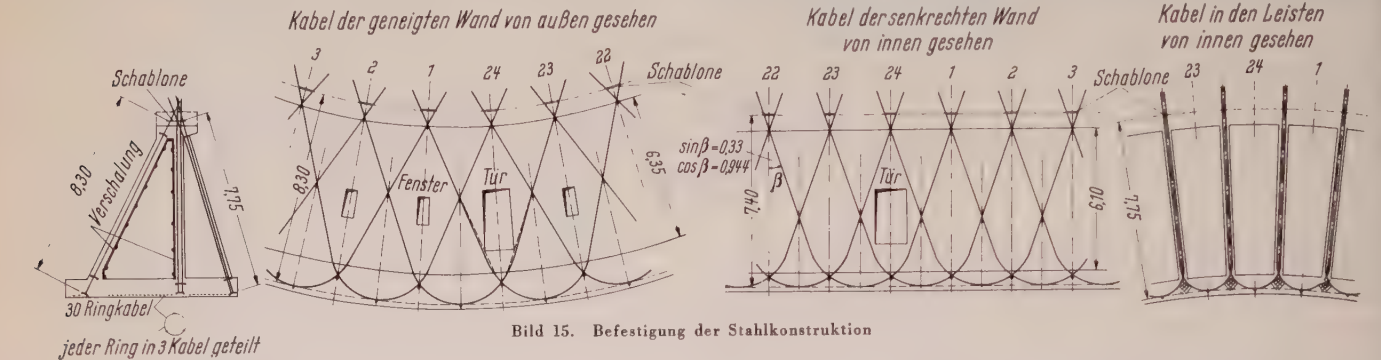


Bild 14. Spannungen im Betonring. Die von den auf den Ring wirkenden Momenten und von dem exzentrischen Druck der Vorspannkabel hervorgerufenen Betriebsspannungen sind vernachlässigbar klein



von der äußeren gleichmäßigen Belastung hervorgerufenen Beanspruchungen wiedergegeben.

Die an dem dreieckigen Ring angreifenden kontinuierlichen Lasten und Reaktionen rufen durch ihre Exzentrizität ein kontinuierliches Torsionsmoment  $m$  hervor (Bild 13 a).

Das Torsionsmoment  $m$  erzeugt in dem Ring ein konstantes Biegemoment  $M$  (Bild 13 b).

Durch  $M$  wird der ganze Ring ohne Torsion gebogen (oben gedrückt und unten gezogen) und der Torsionswinkel  $\alpha$  ist nur eine Folge des Biegewinkels  $\varphi$  (Bild 13 c).

Der Winkel  $\alpha$  muß aber auch der Verformung der Pfähle entsprechen. Durch die Gleichung  $\Sigma F_n = 0$  stellt man fest, daß der innere Pfahl 2 X t mehr und der äußere X t weniger als  $F_g/72$  gedrückt werden (Bild 13 d).

Vergleicht man die zwei Werte von  $\alpha$ , so erhält man das Verhältnis zwischen  $m$  und X. Der Wert von  $m$  ist durch die zweite Gleichung von a) gegeben. Falls an Stelle einer äußeren Kraft  $F_g$  und ihrer Reaktionen ein äußeres Moment  $\bar{m}$  und seine Reaktionen wirkt, ist die Gleichung entsprechend anzupassen. Jedenfalls hängt das Verhältnis zwischen X und M nur von den Struktureigenschaften ab (Bild 13 e).

Geht man zu den Zahlen über, so erhält man die für jede Belastung gültigen Ausdrücke (Bild 13 f).

Durch die allein wirkenden vertikalen Lasten werden die inneren Pfähle mehr als die äußeren gedrückt; rechnet man aber die Vorspannung ein, werden die äußeren mehr gedrückt (Bild 13 g).

Die ungleichmäßige durch das maximale Moment  $M_b$  des Turmes verursachte Beanspruchung wurde durch ein ähnliches, wenn auch verwickelteres Verfahren errechnet, wobei in dem am meisten beanspruchten Querschnitt des Ringes ein Moment  $M_w$  von  $\pm 605 \text{ tm}$  für Regel- und  $\pm 800 \text{ tm}$  für Ausnahmefall erreicht wird. Außerdem wirkt auf den Ring der durch die 30 Vorspannkabel hervorgerufene Druck  $N$  (Bild 14). Einem Kabel von  $12 \times 5 \text{ mm}$  Drähte wird samt Verlust durch Reibung um den Kreisbogen ein Zug von  $17,4 \text{ t}$  zugesprochen. Außer von dem durch die Exzentrizität  $f$  verursachten Moment  $Nf$  wird der Querschnitt durch die Druckkraft  $N$  und das Moment  $N_e$  beansprucht. In Bild 14 ist die Berechnung der Spannungen für Dauer- und Ausnahmebelastungen angeführt.

Die vier auf dem am meisten belasteten Durchmesser sich befindenden Pfähle sind bei Dauerlast durch folgende Lasten gedrückt:

$Z = -0,7 \text{ t},$

$A = 50,05 \text{ t},$

$I = 47,9 \text{ t}.$

Bei Ausnahmefall ergibt die Berechnung:

ohne Wind:  
 $A = 75,4 \text{ t}$   
 $I = 77,1 \text{ t},$

mit Wind:  
 $I = 16,9 \text{ t}$   
 $A = 23,8 \text{ t}.$

Bei Dauerlast sind die Außenpfähle am meisten beansprucht, bei Ausnahmefall werden die Innenpfähle aus dem Moment am meisten belastet. Um die angegebenen Werte zu erreichen, war es nötig gewesen, ein Ballastgewicht durch Erde anzubringen. Dieser Ballast wird teils von der inneren Verkrantung getragen, die durch die 24 inneren Konsolen gehalten wird.

Bild 14 zeigt, welche kleinen Spannungen im Ausnahmefall erreicht werden, und zwar kaum  $100 \text{ t/m}^2 = 10 \text{ kg/cm}^2$ , d. h. die Betriebsspannungen sind sehr gering. Unter vereinfachenden Annahmen hat man auf verschiedene Art errechnet, wie die Pfähle versagen müssen, um den Ring zum Brechen zu bringen. Das ist z. B. der Fall, wenn die Pfähle für ein Sektor von etwa  $100^\circ$  ausfallen. Das Fehlen einzelner Pfähle ist auf den Betonring kaum von Einfluß.

3.2 Die Befestigung der Stahlkonstruktion

Das Ziel, die Kräfte von den Stielen möglichst direkt und unverzüglich durch den Betonring zu den Pfählen zu führen, wurde verwirklicht, indem man die Füße der Stiele direkt mit den Köpfen der Pfähle durch Vorspannkabel nach dem in Bild 15 gezeigten Verlegungsplan verband. Die Kabelenden wurden vorläufig durch eine Schablone in ihrer Lage gehalten (vgl. auch Bild 17). Der obere Teil des Betonringes wurde erst nach der Montage des ersten Teiles des Turmschaftes betoniert. Jedem Kabel ist ein Zug von  $20 \text{ t}$  zugeschrieben, da es praktisch keine Reibung gibt. Durch den Winkel  $\beta$  wird der Zug auf  $19 \text{ t}$  ermäßigt, so daß jeder Stielfuß mit  $114 \text{ t}$  an den Betonring gepreßt wird, während die höchste Betriebszugkraft eines Fußes  $51 \text{ t}$  erreicht. Ebenso wirken die 4 Kabel mit ihren  $76 \text{ t}$  unter dem Fuß des Strebenansatzes, welcher höchstens  $16 \text{ t}$  Zug aufzunehmen hat. Der gesamte Zug der Kabel ist genügend groß, um das Gewicht des Betonringes zu halten und die Pfähle herauszuziehen, wie in Bild 16 bestätigt wird.

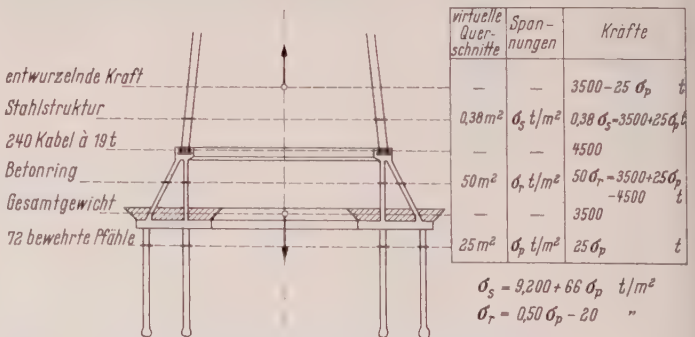


Bild 16. Untersuchung der Befestigung der Stahlkonstruktion. Die Zugfestigkeit des Betonringes ist sicherlich größer als die der Hälfte der Pfähle, deswegen müssen die Pfähle zuerst nachgeben; nur falls deren Zugfestigkeit über  $500 \text{ t/m}^2$  läge, würde die Zugfestigkeit der Stahlkonstruktion überschritten ( $42 \text{ 500 t/m}^2$ )

Die vier Kabel unter den Strebenfüßen wurden durch die inneren Leisten gelegt, um das Gewicht des Ballastes zu halten. Die Kabel haben auch den Zweck, die Wände des Betonringes vorzuspannen, und zwar mit  $43 \text{ t/m}^2$  in waagerechter und mit  $90 \text{ t/m}^2$  in senkrechter Richtung.

3.3 Die Ausführung

Um den Arbeitsraum vom Flutwasser zu schützen, wurde die ringförmige Zone der Pfahlköpfe mit einem Ring aus Magerbeton umgeben; dasselbe wurde für den Abspannmast gemacht.





Bild 17. Betonierung des Fundamentes



Bild 19. Turm auf der Puntales-Insel

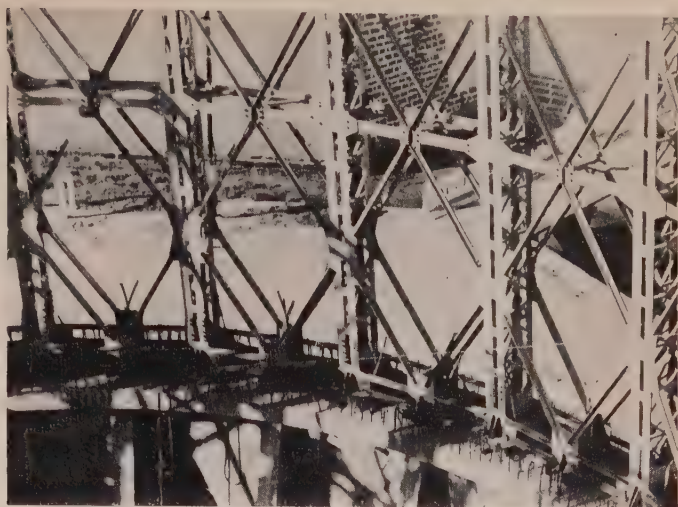


Bild 18. Vorläufiges Aufstützen der Stahlkonstruktion. Durch die Füße hängen die schlaffen Kabelenden

Wie in Bild 15 gezeigt, wurde der Betonring in einem ersten Arbeitsgang nur bis zu Aufstützhöhe der 48 Füße des Turmes betoniert. Um während der Betonierung die Kabelenden in der angebrachten Lage zu halten, wurde die in Bild 17 sichtbare metallische Schablone benutzt. Nach der Betonierung wurde die Stahlkonstruktion bis auf 40 m Höhe montiert, wobei ihre Füße unmittelbar auf dem Betonring ruhten (Bild 18). Erst nach der Ausnivellierung des unteren Teiles des Turmschaftes (Bild 19) wurde der obere Teil des Betonringes samt der Ringterrasse betoniert. Die Kabel wurden zuletzt gespannt. (Fortsetzung folgt)

## Schrifttum

- [1] Toscano, A.: Die Türme von Messina. Der Stahlbau 28 (1959) H. 11, S. 289/303.
- [2] Soc. Gen. Elettrica d. Sicilia, bearbeitet von Toscano, A.: L'Attraversamento elettrico dello Stretto di Messina. Roma 1958.
- [3] Santangelo, G.: Sul calcolo delle strutture geodetiche aeronautiche. Atti del VI Convegno Nazionale di Aerotecnica 1940.

## Ein Beitrag zum Kipp-Problem von Rahmenecken<sup>1)</sup>

Von K. Klöppel und W. Protte, Darmstadt

DK 624.075.3

### I. Einleitung

Nachdem in einer früheren Arbeit der Verfasser [6] der in der Sehne gezogene oder gedrückte Kreisbogen in Rechnung und Versuch behandelt worden ist, soll hier über das Stabilitätsverhalten von Rahmenecken berichtet werden.

Das Kipp-Problem von Stäben mit polygonzugartiger Mittellinie ist bereits an einigen Stellen in der Literatur untersucht worden; so gibt beispielsweise H. Hencky [1] ein Differenzenverfahren an, mit dem er die Kipplast solcher Systeme errechnet. Hier ist der „gebrochene Stabzug als Druck- oder Zugorgan“ von Bedeutung, der im Sonderfall eines Öffnungswinkels von 90° als Rahmenecke angesehen werden kann.

Die Differentialgleichungen des Kipp-Problems einer Rahmenecke hat E. Chwalla [2] aufgestellt und für symmetrische Eigenfunktion eine Lösungsmöglichkeit mit Hilfe eines Potenzreihenansatzes angegeben. Die antimetrische Eigenfunktion ist in einer anderen Arbeit von E. Chwalla und F. Schoblik [3] behandelt worden.

Die Schwierigkeit der Unstetigkeit in der eigentlichen Ecke umgeht M. Eßlinger [4], [5]; die beiden Schenkel werden durch einen Viertelkreisbogen mit endlichem Radius verbunden; es entstehen zwei Bereiche, für die verschiedene Differentialgleichungssysteme gelten; zur Lösung wird die Fehlerquadratmethode verwandt.

<sup>1)</sup> Über die hier mitgeteilten Ergebnisse und Erkenntnisse hat der erstgenannte Verfasser schon anlässlich der Jubiläumstagung des Deutschen Ausschusses für Stahlbau in Berlin 1958 berichtet.

### 2. Ausgerundete Rahmenecke

#### 2.1 Differentialgleichungen

Die von M. Eßlinger untersuchte ausgerundete Rahmenecke kann als Teil eines im Gelenk gehaltenen Dreigelenkrahmens aufgefaßt werden, dessen Stabilität durch Kippen des nicht direkt belasteten Tragwerkteiles begrenzt wird (Bild 1).

In [6] wurde darüber berichtet, wie das Kipp-Problem des kreisförmig gekrümmten Stabes, das Eßlinger ebenfalls nach der Fehlerquadratmethode behandelt hat, vorteilhaft mittels Differenzenverfahren gelöst werden kann. Es soll hier gezeigt werden, daß auch für kompliziertere Systeme über das normale Differenzenverfahren und unter Benutzung einer elektronischen Rechanlage brauchbare Lösungen zu gewinnen sind.

An Stelle der von Eßlinger für die Schenkel benutzten Veränderlichen  $u$  und  $x$  werden die dimensionslosen Größen  $\varphi = \frac{u}{r}$  und  $\alpha = \frac{x}{r}$  eingeführt, die an der Grenzstelle der beiden Bereiche mit den dort vorhandenen gleichen Größen des Bogenstücks übereinstimmen. Unter Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion lauten dann die Differentialgleichungen bei vollkommener Kugellagerung an den Kämpfern (Bild 2):

Bogen:

$$\frac{d^2 \varphi}{d \alpha^2} + \varphi \left[ 1 - \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) \cos \frac{\pi}{4} \cdot \frac{r^2}{E J_y} P \right] + \vartheta \left\{ 1 - \left[ \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) \cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha \right] \frac{r^2}{E J_y} P \right\} = 0;$$



$$\frac{d^3 \vartheta}{d\alpha^3} - \lambda^2 \frac{d\vartheta}{d\alpha} - \left[ \left( \frac{\pi}{2} - 1 \right) \cos \frac{\pi}{4} + \cos \alpha \right] \times \frac{\lambda^2 r^2}{G J_D} P \frac{d\varphi}{d\alpha} - \frac{\lambda^2 r^2}{G J_D} \sin \alpha \cdot P \varphi = 0$$

Schenkel:

$$\frac{d^2 \varphi}{d\alpha^2} - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{3\pi}{4} - \alpha \right) \frac{r^2}{E J_y} P \beta + \frac{r^2}{E J_y} \cos \frac{\pi}{4} \cdot P \varphi = 0;$$

$$\frac{d^3 \beta}{d\alpha^3} - \lambda^2 \frac{d\beta}{d\alpha} - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \left( \frac{3\pi}{4} - \alpha \right) \frac{\lambda^2 r^2}{G J_D} P \frac{d\varphi}{d\alpha} - \frac{\lambda^2 r^2}{G J_D} \sin \frac{\pi}{4} \cdot P \varphi = 0$$

$$\text{mit } \lambda^2 = \frac{G J_D}{E J_y} \cdot \frac{4 r^2}{h^2} = \frac{G J_D}{E C_w} r^2; \quad C_w = \frac{h^3}{4} J_y$$

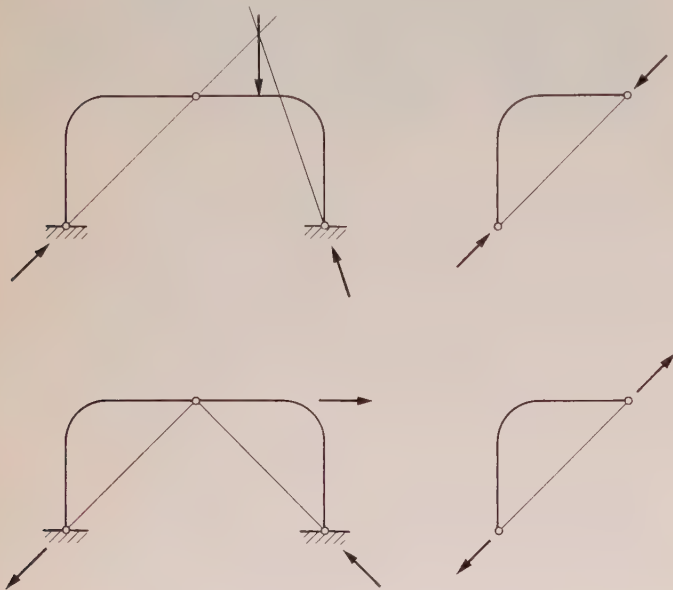


Bild 1. Kippgefährdete Dreiegenrahmen

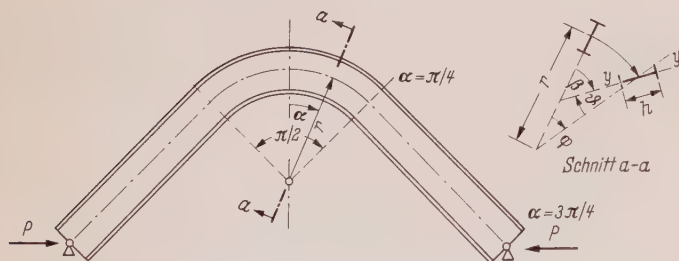


Bild 2. Definitionsfigur für die Differentialgleichungen

## 2.2 Rand- und Übergangsbedingungen

Wegen Symmetrie des Tragwerks und der Belastung wird nur eine Hälfte der Rahmenecke betrachtet. Die insgesamt 10 Randbedingungen werden im Scheitel, an der Grenzstelle zwischen Bogen und geradem Schenkel und am Kämpfer formuliert.

Infolge der beiderseitig vollkommen kugelförmigen Lagerung ist das System für eine Drehung um seine Sehne kinematisch; durch die willkürliche Festlegung  $\varphi_0 = 0$  im Scheitel wird diese Beweglichkeit gehoben und dabei die Symmetrie nicht verletzt.

Für die Randbedingungen ergeben sich, wenn die Funktionen  $\varphi$  und  $\beta$  für den geraden Schenkel überstrichen werden:

Im Scheitel

$$1. \varphi = 0$$

$$2. a) \text{ Symmetrische Kippfigur (Verwölbung verhindert)}$$

$$\frac{d\varphi}{d\alpha} = 0; \quad w = \frac{d\vartheta}{d\alpha} = 0$$

$$b) \text{ Oder antisymmetrische Kippfigur (Verwölbung nicht behindert)}$$

$$\frac{d^2 \varphi}{d\alpha^2} = 0; \quad \tilde{\sigma} = \frac{d^2 \vartheta}{d\alpha^2} = 0$$

An der Grenzstelle:

$$1. \varphi = \bar{\varphi}$$

$$2. \frac{d\varphi}{d\alpha} = \frac{d\bar{\varphi}}{d\alpha}$$

$$3. \beta = \bar{\beta}$$

$$4. \frac{d\beta}{d\alpha} = \frac{d\bar{\beta}}{d\alpha}$$

$$5. \frac{d^2 \beta}{d\alpha^2} = \frac{d^2 \bar{\beta}}{d\alpha^2}$$

Am Kämpfer:

$$1. \bar{\varphi} = 0$$

$$2. a) \text{ Verwölbung verhindert: } w = \frac{d\bar{\beta}}{d\alpha} = 0$$

$$b) \text{ Oder Verwölbung nicht behindert: } \tilde{\sigma} = \frac{d^2 \bar{\beta}}{d\alpha^2} = 0$$

## 2.3 Beispiel

Die Umsetzung der Differentialgleichungen und Randbedingungen in Differenzengleichungen soll hier nicht behandelt werden; sie ist in [6] ausführlich dargestellt. Von Interesse ist hier jedoch die Verknüpfung der beiden Bereiche.

Der Bogen und der gerade Schenkel werden zunächst voneinander getrennt gedacht und über ihre tatsächliche Ausdehnung hinaus fortgesetzt, bis genügend zusätzliche Punkte eingeführt sind, um alle Randbedingungen zu erfüllen. In Bild 3 treten beispielsweise 24 Unbekannte auf; für diese 24 Unbekannten müssen auch 24 Bedingungen vorhanden sein. Schreibt man für die Punkte 1; 2; 2; 3; 4; 5 beide Differenzengleichungen der Biegung und der Torsion auf, so ergeben sich zunächst 12 Gleichungen.

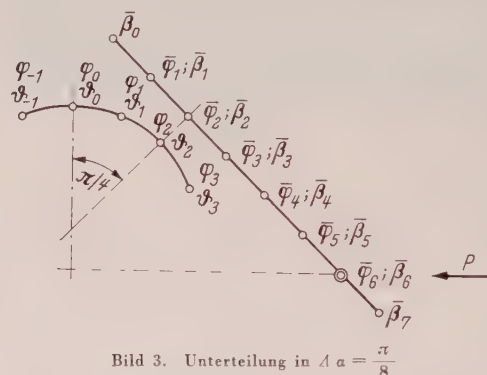


Bild 3. Unterteilung in  $\Delta \alpha = \frac{\pi}{8}$



Bild 4. Sollquerschnitt,  $r = 32,3 \text{ cm}$

Für den Punkt 0 wird noch die Differenzengleichung der Biegung und für Punkt 6 die Differenzengleichung der Torsion angesetzt, und durch Hinzunahme der 10 Randbedingungen des letzten Abschnittes erhält man dann insgesamt 24 Gleichungen, die jedoch in ihrer Anzahl für die numerische Rechnung durch Einsetzen der relativ einfachen Randbedingungen noch beträchtlich reduziert werden können.

Den Untersuchungen wird ein Beispiel zugrunde gelegt, das auch Eßlinger [5] benutzt (Bild 4).

Die Abmessungen sind so gewählt, daß sie die Herstellung von Modellen und Durchführung von Versuchen gestatten, wofür die Einrichtung bereits vorhanden war. Über die Herstellung der Modelle und Ablauf der Versuche sind gegenüber [6] keine Besonderheiten zu berichten. Die im Versuch gefundenen Kipplasten und die

Tafel 1. Kipplasten aus Versuch und Rechnung

$E J_y$ [kgcm <sup>2</sup> ]	$G J_D$ [kgcm <sup>2</sup> ]	Versuch $P_k$ [kg]		$n$	Rechnung $P_k$ [kg]
		stehend	hängend		
193536	14200	67,1	64,1	12	69,5
				18	68,9
				24	68,6
195594	14394	31,0	31,4	12	27,1
				18	31,5
				24	29,3



tatsächlichen, gemittelten Querschnittswerte sind in Tafel 1 zusammengestellt. Die Rechnungsergebnisse, die durch Iteration unter Benützung der Spektralverschiebung nach Wielandt [8] mit Hilfe der IBM 650 gewonnen wurden, zeigen eine befriedigende Übereinstimmung mit den Versuchen; die Kipplasten wurden für verschiedene Unterteilungen berechnet;  $n$  ist die Anzahl der Intervalle über das gesamte Tragwerk.

# 1. Rahmenecke

Die Berechnung der Kipplast einer ausgerundeten Rahmenecke bietet keine grundsätzlichen Schwierigkeiten, jedoch ist der erforderliche Rechenaufwand relativ groß, da über das Tragwerk zwei Bereiche zu berücksichtigen sind, in denen das Kippverhalten durch unterschiedliche Systeme von Differentialgleichungen gegeben wird. Im Hinblick auf eine allgemeinere Darstellung des Kipp-Problems einer Rahmenecke erscheint es zweckmäßig, die Ausrundung zu vernachlässigen und somit nur die geknickte Rahmenecke zu betrachten; damit gelangt man auch zu einer besseren Annäherung des idealisierten Systems an eine wirkliche Rahmenecke und hat zugleich den Vorteil, daß nur ein Differentialgleichungssystem zu berücksichtigen ist. Die Untersuchungen beschränken sich nicht auf einen rechteckigen Dreigelenkrahmen, sondern es wird eine Form mit einem beliebigen Öffnungswinkel zugrunde gelegt (Bild 5).

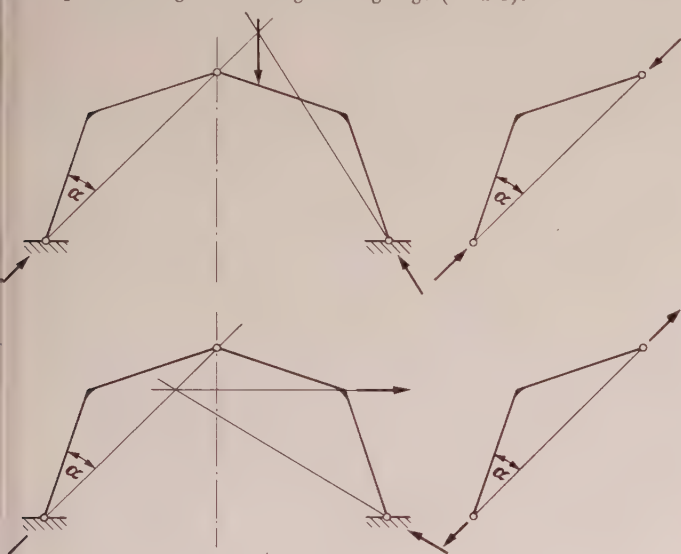


Bild 5. Kippgefährdete Dreigelenkrahmen

Der nicht direkt belastete Tragwerksteil soll maßgebend für die Stabilität des Gesamtsystems sein; es genügt daher, die herausgeschnittene Rahmenecke zu betrachten; für die Lagerung dieser Ecke wird vollkommene Kugellagerung vorausgesetzt.

Die Biege- und Drillsteifigkeit des doppelsymmetrischen Querschnitts soll über die gesamte Rahmenecke konstant sein; der Einfluß der endlichen Hauptkrümmung auf die Kipplast wird vernachlässigt. Die Rahmenecke sei im Sinne einer Stabverbindung idealisiert; der verwickelte ebene Spannungszustand in der eigentlichen Ecke selbst wird nicht berücksichtigt.

## 1. Lösung der Differentialgleichungen nach dem Differenzenverfahren

### 1.1 Überführung des Differentialgleichungssystems in Differenzengleichungen

Die Differentialgleichungen des Kipp-Problems der geknickten, an der Sehne gedrückten Rahmenecke mit einem allgemeinen Öffnungswinkel lauten unter Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion (Bild 6):

$$E J_y \frac{d^2 u}{ds^2} + P u \cos \alpha - P(a-s) \vartheta \sin \alpha = 0;$$

$$E C_M \frac{d^3 \vartheta}{ds^3} - G J_D \frac{d \vartheta}{ds} - P(a-s) \frac{du}{ds} \sin \alpha - P u \sin \alpha = 0$$

Da mit der Lösung des Kipp-Problems für gekrümmte Träger über das Differenzenverfahren [6] beste Erfahrungen gemacht wurden, soll diese Vorgehensweise auch auf dem vorliegenden Fall angewandt werden.

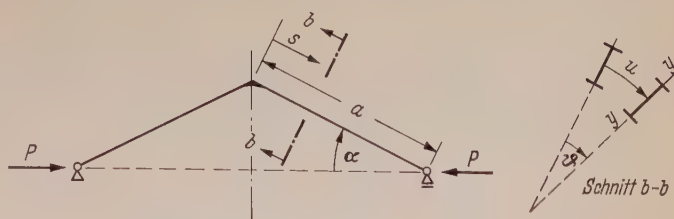


Bild 6. Definitionsfigur für die Differentialgleichungen

Durch Einführung geeigneter Parameter läßt sich das Differentialgleichungssystem in dimensionslose Differenzengleichungen überführen, wobei die Bezeichnung  $\Delta$  hier nur das Symbol für einen allgemeinen Differenzenausdruck sein soll:

$$\begin{aligned} s &= i \cdot \Delta a; & a &= n \cdot \Delta a; & u &= \xi \cdot \Delta a \\ n^2 \Delta^2 \xi + \cos \alpha \cdot k \cdot \xi - (n-i) \sin \alpha \cdot k \vartheta &= 0; \\ \gamma n^4 \Delta^3 \vartheta - n^2 \Delta \vartheta - (n-i) \sin \alpha \cdot k \Delta \xi - \sin \alpha \cdot k \xi &= 0 \\ \kappa &= \frac{E J_y}{G J_D}; & \gamma &= \frac{E C_M}{G J_D \cdot a^2}; & P_k &= k \frac{E J_y}{a^2} \end{aligned}$$

Durch Einsetzen symmetrischer Differenzenausdrücke der Genauigkeit  $\Delta a^2$  ( $\Delta a$  = Abstand zweier Stützstellen) erhält man:

$$\begin{aligned} n^2 \xi_{i-1} + (-2n^2 + \cos \alpha \cdot k) \xi_i - (n-i) \sin \alpha \cdot k \vartheta_i + n^2 \xi_{i+1} &= 0; \\ -\frac{1}{2} \gamma n^4 \vartheta_{i-2} + \left( \gamma n^4 + \frac{1}{2} n^2 \right) \vartheta_{i-1} &+ \\ + \frac{1}{2} (n-i) \sin \alpha \cdot k \xi_{i-1} - \sin \alpha \cdot k \xi_i & \\ - \frac{1}{2} (n-i) \sin \alpha \cdot k \xi_{i+1} - \left( \gamma n^4 + \frac{1}{2} n^2 \right) \vartheta_{i+1} & \\ + \frac{1}{2} \gamma n^4 \vartheta_{i+2} &= 0 \end{aligned}$$

### 3.12 Randbedingungen

Infolge der vollkommenen Kugellagerung ist dieses System für eine Drehung um die Sehne kinematisch; durch die willkürliche Festlegung  $\xi_0 = 0$  im Scheitel wird die Beweglichkeit behoben.

An Randbedingungen treten auf, wenn aus Symmetriegründen nur eine Hälfte der Rahmenecke betrachtet wird:

#### Im Scheitel

1.  $\xi = 0$
2. a) Symmetrische Kippfigur; es ist nur eine resultierende Verdrehung um eine horizontale Achse möglich (Bild 7):

$$\vartheta \sin \alpha = - \frac{du}{ds} \cos \alpha$$

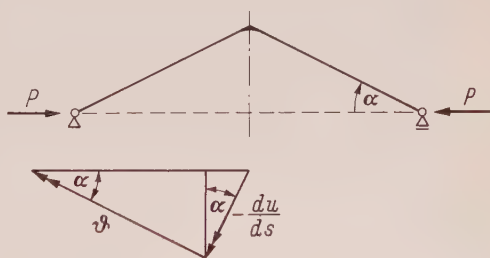


Bild 7. Vektordreieck der Verdrehungen

- b) Antimetrische Kippfigur; es ist nur eine resultierende Verdrehung um eine vertikale Achse möglich (Bild 8):

$$\vartheta \cos \alpha = + \frac{du}{ds} \sin \alpha$$

3. a) Verwölbung nicht behindert:  $\frac{d^2 \vartheta}{ds^2} = 0$
- b) Verwölbung verhindert:  $\frac{d \vartheta}{ds} = 0$

#### Am Auflager

1.  $\xi = 0$
2. a) Verwölbung nicht behindert:  $\frac{d^2 \vartheta}{ds^2} = 0$
- b) Verwölbung verhindert:  $\frac{d \vartheta}{ds} = 0$



Bild 8. Vektordreieck der Verdrehungen



### 3.13 Beispiel

Bei einer Unterteilung in  $n = 7$  Intervalle je Schenkel (Bild 9) lassen sich die Differenzengleichungen noch weiter vereinfachen:

$$\begin{aligned} 49 \xi_{i-1} + (-98 + \cos \alpha \cdot k) \xi_i - (7-i) \sin \alpha \cdot k \vartheta_i + 49 \xi_{i+1} = 0; \\ -1200,5 \gamma \vartheta_{i-2} + (2401 \gamma + 24,5) \vartheta_{i-1} \\ + \frac{1}{2} (7-i) \sin \alpha \cdot k \xi_{i-1} - \sin \alpha \cdot k \xi_i \\ - \frac{1}{2} (7-i) \sin \alpha \cdot k \xi_{i+1} \\ - (2401 \gamma + 24,5) \vartheta_{i+1} + 1200,5 \gamma \vartheta_{i+2} = 0 \end{aligned}$$

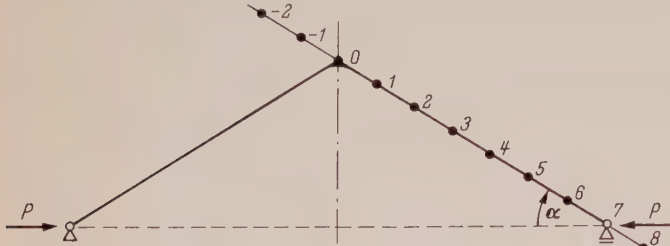


Bild 9. Unterteilte Rahmenecke

Als Unbekannte werden eingeführt von Punkt -2 bis 8 die Drillwinkel und von Punkt 0 bis 7 die seitlichen Ausbiegungen; das ergibt insgesamt  $10 + 8 = 18$  Unbekannte. An Bedingungen stehen zur Verfügung für die Punkte 1 bis 6 je zwei Differenzengleichungen,

für den Punkt 0 die Differenzengleichung der Verdrehung und 5 Randbedingungen, damit insgesamt auch 18 Bedingungen. Diese 18 homogenen Gleichungen enthalten in ihren Koeffizienten den gesuchten Kippwert  $k$ .

### 3.14 Berechnung von Kurventafeln

Im Hinblick auf die umfangreiche Berechnung von Kurventafeln war es sehr zweckmäßig, die gesamte numerische Rechnung einem elektronischen Rechenautomaten anzuvertrauen, beginnend mit dem Aufstellen der Differenzengleichungen bis zur Lösung des Eigenwertproblems; der erste Programmteil wurde so angefertigt, daß nach Eingabe der Parameter und Einstellung der Randbedingungen am Rechenautomaten die Koeffizienten der Differenzengleichungen berechnet werden.

Der Einfluß folgender Randbedingungen wurde berücksichtigt:

Symmetrische oder antimetrische Kippfigur,

Verwölbung am Auflager verhindert oder nicht verhindert,

Verwölbung im Scheitel verhindert oder nicht verhindert.

Zur Behandlung des eigentlichen Eigenwertproblems war ein bereits vorhandenes Programm zugänglich, das auch in [6] verwendet worden war; dieses Programm benutzt die gebrochene Iteration mit der Spektralverschiebung nach Wielandt [8]. Neben dem gesuchten Eigenwert werden auch die Eigenfunktionen  $\xi$  und  $\vartheta$  ermittelt.

Der Kippwert ist von verschiedenen Parametern abhängig  $k = f(\alpha; \kappa; \gamma)$ ; da der Rechteckrahmen im Verhältnis zu allgemeineren Tragwerken in überwiegender Maße vorkommt, wurde für die Kurventafeln hier  $\alpha = 45^\circ$  als konstant vorausgesetzt.

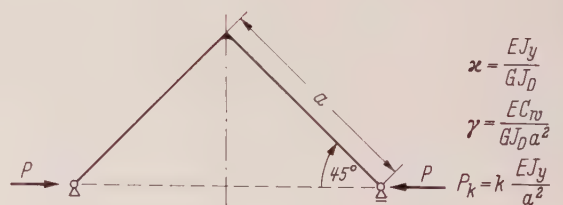
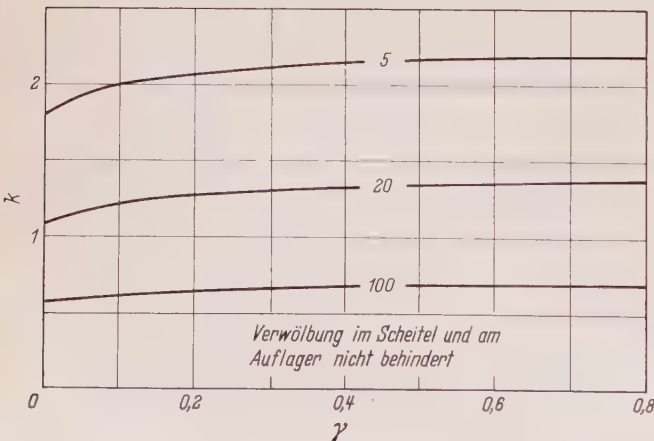
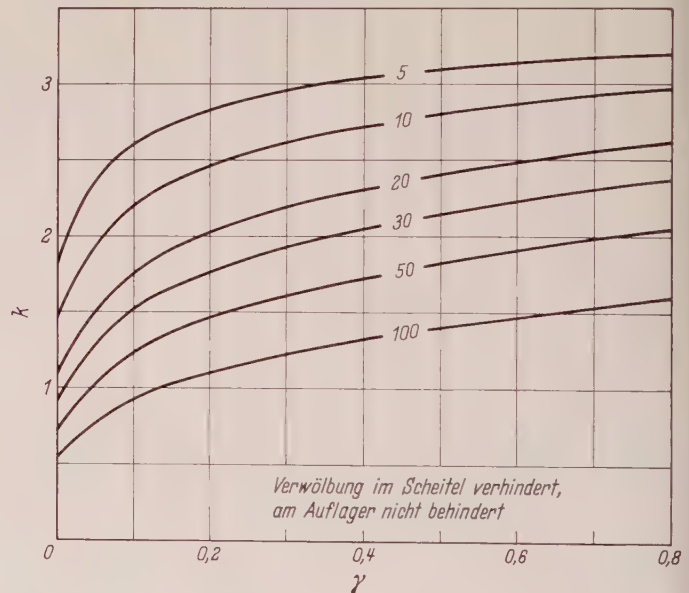
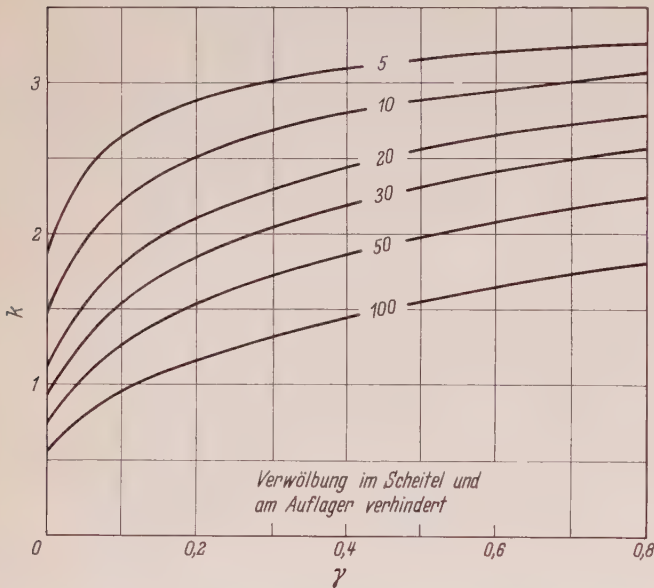


Bild 10. Über  $\gamma$  aufgetragene Kippwerte  $k$  für die gedrückte Rahmenecke. Kurvenparameter  $\kappa$



Zu dem kleinsten Eigenwert der gedrückten Rahmenecke gehört eine symmetrische Eigenfunktion, zu dem einer gezogenen Rahmenecke eine antisymmetrische Eigenfunktion. Diese Aussagen über die Form der Kippfiguren wurden von vornherein berücksichtigt. Damit waren für die gedrückte und die gezogene Rahmenecke je 3 Kurven- tafeln zu berechnen (Bild 10, Bild 11), da für die Randbedingungen nur folgende Kombinationen wesentlich erschienen:

Verwölbung im Scheitel und am Auflager verhindert,

Verwölbung im Scheitel verhindert, am Auflager nicht be- hindert,

Verwölbung im Scheitel und am Auflager nicht behindert.

Der Übergang von der Verhinderung zur Nichtbehinderung am Auflager bringt kaum eine Verminderung der Kippwerte, während über der gleiche Übergang im Scheitel einen starken Abfall der Kippwerte zur Folge hat.

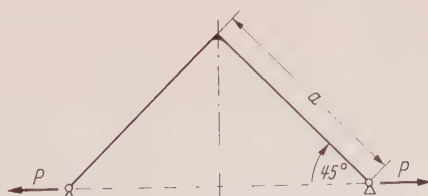
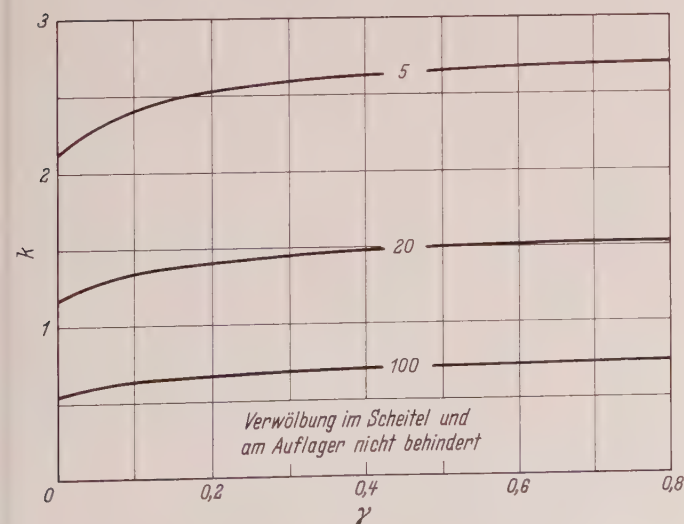
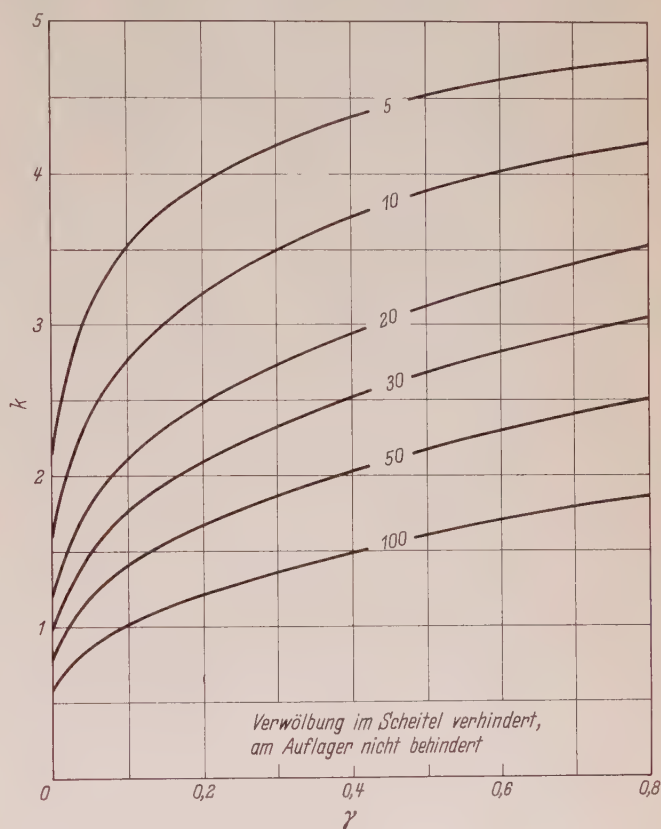
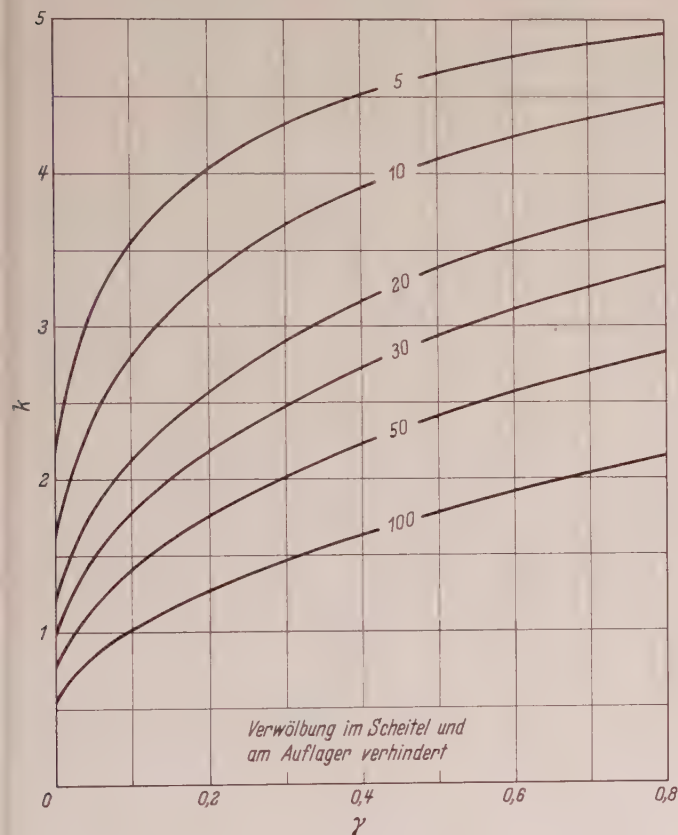
Die Berechnung der Kurventafel wurde auf einem Elektronen- rechner vom Typ IBM 650 vorgenommen; es wurden hier die Er-

fahrungen verwertet, die bei der gleichen Aufgabe in [6] gemacht worden waren. Der Rechnung liegt eine Unterteilung des Gesamt- tragwerkes in 14 Intervalle zugrunde; diese Teilung war ausreichend um die für eine grafische Darstellung erforderliche Genauigkeit zu gewährleisten. Kippwerte, die für eine Unterteilung in insgesamt 16 Intervalle ermittelt wurden, zeigten nur eine unbedeutende Ver- besserung.

### 3.2 Lösung nach Hencky

#### 3.2.1 Allgemeines

In seiner Habilitationsschrift hatte Hencky [1] unter anderem auch das Kipp-Problem einer Rahmenecke mit einem Öffnungswinkel von  $90^\circ$  bei Vernachlässigung der Wölbkrafttorsion behandelt. Das elastische System wird in eine Anzahl starrer Scheiben aufgelöst, die durch elastische Gelenke miteinander verbunden sind; die Elastizität der Gelenke wird dabei so berücksichtigt, daß beim Übergang zu unendlich vielen Gelenken der kontinuierlich elastische Stab wieder entsteht.



$$\alpha = \frac{EJ_y}{GJ_D}$$

$$\gamma = \frac{EC_D}{GJ_D a^2}$$

$$P_k = k \frac{EJ_y}{a^2}$$

Bild 11. Über  $\gamma$  aufgetragene Kippwerte  $k$  für die gezogene Rahmenecke. Kurvenparameter  $\alpha$



Die rechtwinklige Rahmenecke teilt Hencky in 4 starre Scheiben auf und erhält als Kippbedingung für die symmetrische und antimetrische Eigenfunktion jeweils ein Polynom 4. Ordnung für den Kippwert; eine Auswertung ist nur für wenige Parametervariationen durchgeführt.

Hier soll jetzt das Problem allgemeiner untersucht werden, so daß auch die Ermittlung der Kipplasten von solchen Rahmenecken möglich wird, deren Öffnungswinkel ungleich  $90^\circ$  ist. Für einen beliebigen polygonartigen, beiderseitig vollkommen kugelig gelagerten Stabzug (Bild 12) gibt Hencky folgende Gleichungen an, in die jedoch die hier bisher verwandten Bezeichnungen eingeführt wurden:

$$\omega = \frac{P(\Delta a)^2}{E J_y}$$

$$\Delta \vartheta_i = \frac{\omega \kappa}{\Delta a} (z_i \cdot \xi_{i-1} - z_{i-1} \cdot \xi_i);$$

$$-(\vartheta_i + \Delta \vartheta_i - \vartheta_{i+1}) \left( \operatorname{tg} \frac{\beta_i}{2} + \frac{z_i}{\Delta a} \cdot \frac{\omega}{2} \right)$$

$$= \xi_{i+1} - \xi_{i-1} + \omega \xi_i \sin \frac{\alpha_i + \alpha_{i+1}}{2} \cdot \sin \frac{\beta_i}{2};$$

$$(\vartheta_i + \Delta \vartheta_i + \vartheta_{i+1}) \left( \operatorname{tg} \frac{\beta_i}{2} - \frac{z_i}{\Delta a} \cdot \frac{\omega}{2} \right)$$

$$= -\xi_{i-1} + 2\xi_i - \xi_{i+1} - \omega \xi_i \cos \frac{\alpha_i + \alpha_{i+1}}{2} \cdot \cos \frac{\beta_i}{2}$$

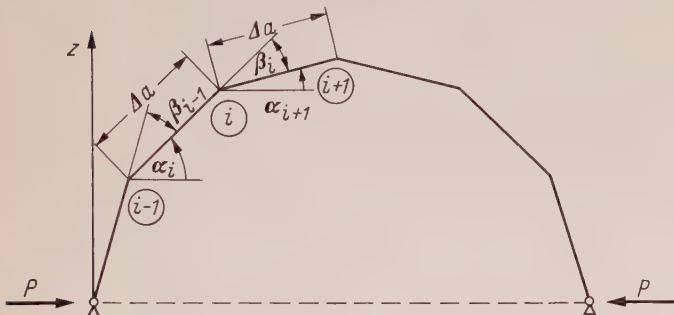


Bild 12. Definitionsfigur für die Henkyschen Gleichungen

Die drei indizierten Gleichungen sind für jeden Teilpunkt der gewählten Gelenkkette mit Ausnahme der Auflager anzusetzen. Umformungen führen schließlich auf ein homogenes Gleichungssystem mit den Unbekannten  $\xi$ , die im wesentlichen die seitliche Ausbiegung beinhalten.

Wie im Abschnitt 3.12 wird auch hier wegen der Beweglichkeit des Systems willkürlich die seitliche Ausbiegung im Scheitel gleich Null gesetzt. Es ist weiter zweckmäßig, gleich zu Beginn der Umformungen nach symmetrischer und antimetrischer Kippfigur zu trennen.

### 3.22 Kippbedingungen

Bei Annahme von insgesamt 4 Kettenelementen (Bild 13) ergeben sich folgende einfache Ausdrücke für die verschiedenen Kippfiguren:

Symmetrische Kippfigur:

$$\kappa = \frac{2}{k \sin \alpha} \left( \frac{-4}{4 \operatorname{tg} \alpha - k \sin \alpha} + \frac{8 - k \cos \alpha}{k \sin \alpha} \right)$$

Antimetrische Kippfigur:

$$\kappa = \frac{2}{k \sin \alpha} \left( \frac{4}{4 \operatorname{ctg} \alpha + k \sin \alpha} + \frac{8 - k \cos \alpha}{k \sin \alpha} \right)$$

Bei Auswertung dieser Kippbedingungen kann über die Brauchbarkeit der zugehörigen Ergebnisse noch nichts ausgesagt werden; es ist erforderlich, für eine feinere Unterteilung die Kippbedingungen herzuleiten und deren Resultate den eben gewonnenen gegenüberzustellen. Für insgesamt 6 Kettenelemente (Bild 14) erhält man jetzt quadratische Gleichungen für  $\kappa$ , die jedoch zweckmäßigerweise in Matrixform stehen (Tafel 2, Tafel 3):



Bild 13. Viergliedrige Gelenkkette

$$\kappa = \frac{E J_y}{G J_D}$$

$$P_k = k \frac{E J_y}{a^2}$$

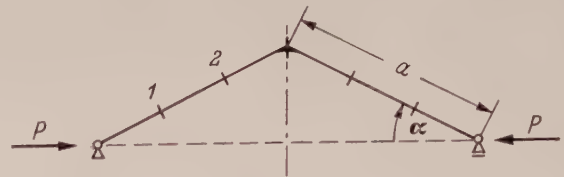


Bild 14. Sechsgliedrige Gelenkkette

$$\kappa = \frac{E J_y}{G J_D}$$

$$P_k = k \frac{E J_y}{a^2}$$

Tafel 2. Kippbedingung für symmetrische Eigenfunktion

$\xi_1$	$\xi_2$
$81 + 18(18 - k \cos \alpha) - 4k^2 \kappa \sin^2 \alpha$	$-162 - 9(18 - k \cos \alpha) + 2k^2 \kappa \sin^2 \alpha$
$-81$	$-\frac{162k \sin \alpha}{9 \operatorname{ctg} \alpha - 1,5k \sin \alpha} + 9(18 - k \cos \alpha) - 6k^2 \kappa \sin^2 \alpha$

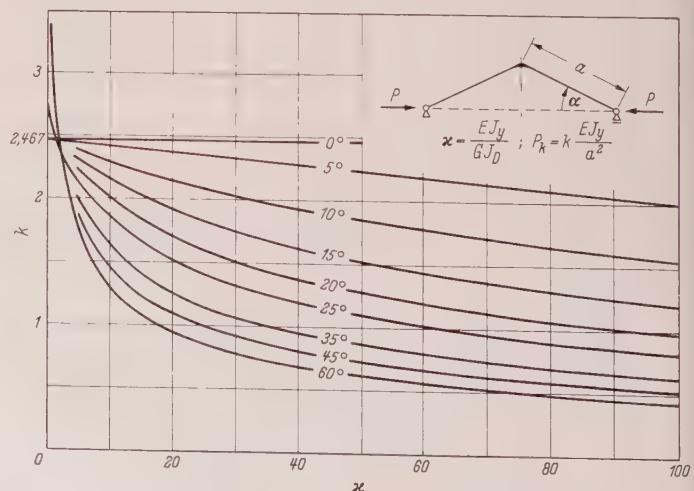
Tafel 3. Kippbedingung für antimetrische Eigenfunktion

$\xi_1$	$\xi_2$
$81 + 18(18 - k \cos \alpha) - 4k^2 \kappa \sin^2 \alpha$	$-162 - 9(18 - k \cos \alpha) + 2k^2 \kappa \sin^2 \alpha$
$-81$	$+\frac{162k \sin \alpha}{9 \operatorname{ctg} \alpha - 1,5k \sin \alpha} + 9(18 - k \cos \alpha) - 6k^2 \kappa \sin^2 \alpha$

Die Kippbedingungen lassen sich am einfachsten numerisch behandeln, wenn  $\kappa = f(k; \alpha)$  aufgefaßt wird. Bei gegebenem Tragwerk ergibt sich dann der Kippwert  $k$  nach mehrmaligem Probieren; diese Schwierigkeit kann aber durch systematische Auswertung der Kippbedingungen und Darstellung der Kippwerte  $k = f(\kappa; \alpha)$  vermieden werden. Die Auswertung der Kippbedingungen in Tafel 2 und Tafel 3 wurde auf dem elektronischen Rechenautomaten IBM 650 der Technischen Hochschule Darmstadt durchgeführt.

### 3.23 Kurventafeln für die gedrückte Rahmenecke

Bild 15 zeigt für eine gedrückte Rahmenecke (symmetrische Kippfigur) den Kippwert  $k = f(\kappa; \alpha)$ , wobei  $\kappa$  die Abszisse und  $\alpha$  der Kurvenparameter ist. Für  $\alpha = 0^\circ$  muß sich der Eulerfall II mit  $s_K = 2a$  und  $k = \frac{\pi^2}{4} = 2,467$  ergeben, unabhängig von  $\kappa$ ; die zugehörige Kurve ist eine horizontale Gerade. Bemerkenswert ist der

Bild 15. Über  $\kappa$  aufgetragene Kippwerte  $k$  der gedrückten Rahmenecke bei Vernachlässigung der Wölbkrafttorsion. Kurvenparameter  $\alpha$



relativ starke Abfall des Kippwertes von  $k = \frac{\pi^2}{4}$  für kleine Winkel  $\alpha$ ; bei einem außerplanmäßig vorgekrümmten Druckstab könnte somit der reine Knicksicherheitsnachweis eine zu große Unsicherheit einhalten.

Kurven mit  $\alpha > 60^\circ$  wurden hier nicht dargestellt, da sie sich mit den bereits vorhandenen überschneiden würden. Im Bereich  $\alpha < 5^\circ$  würden die Kurven auch sehr dicht liegen, so daß eine Umzeichnung der Kurventafel angebracht erscheint.

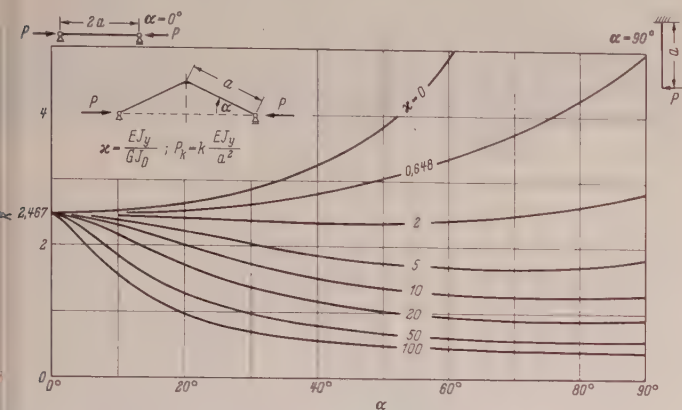


Bild 16. Über  $\alpha$  aufgetragene Kippwerte  $k$  der gedrückten Rahmenecke bei Vernachlässigung der Wölbkrafttorsion. Kurvenparameter  $\alpha$

In Bild 16 ist jetzt  $\alpha$  die Abszisse und  $\alpha$  der Kurvenparameter. Der Eulerfall II ( $\alpha = 0^\circ$ ;  $s_K = 2a$ ) stellt sich hier als Punkt dar, von dem sämtliche Kurven ausgehen. Für  $\alpha = 90^\circ$  ergibt sich als anderer Grenzfall das Kipp-Problem des starr eingespannten Kragträgers (Bild 17). Dafür berechnet sich bekanntlich die kritische Last:

$$P_k = 4,0126 \frac{\sqrt{E J_y \cdot G J_D}}{a^2}$$

oder auch

$$k = 4,0126 \sqrt{\frac{1}{\alpha}}$$

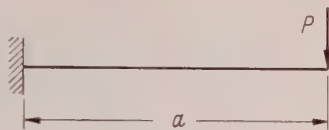


Bild 17. Kragträger

Der obersten Kurve ist  $\alpha = 0$  zugeordnet; infolge  $G J_D = \infty$  kann sich der Querschnitt der Rahmenecke nicht verdrehen; die Querkraft des Schenkels hat also keinen Einfluß auf die kritische Last; es bleibt lediglich die Normalkraft. Dafür ist hier bei symmetrischer Kippfigur der Eulerfall II mit  $s_K = 2a$  maßgebend:

$$k = \frac{\pi^2}{4 \cos \alpha}$$

#### 3.24 Kurventafel für die gezogene Rahmenecke

Die Ergebnisse der Auswertung der Kippbedingung für die gezogene Rahmenecke (antisymmetrische Kippfigur) sind in Bild 18 aufgetragen. Um auch hier die Kippwerte möglichst vieler Parameterkombinationen entnehmen zu können, wurde diese Tafel umgezeichnet, wodurch  $\alpha$  zur Abszisse und  $\alpha$  zum Kurvenparameter wird (Bild 19).

Im Rahmen der beiden Umzeichnungen war es zweckmäßig, insbesondere für kleine  $\alpha$ -Werte zugehörige Kippwerte neu zu berechnen, da ihre Entnahme aus den Kurventafeln infolge der großen Steigung der Kurven zu ungenau gewesen wäre. Diese Neurechnung wurde mit dem in Abschnitt 3.14 erwähnten Programm durchgeführt und auch nochmals bestätigt, daß in einer Kurventafel innerhalb der Grenzen der behandelten Parameter kein Wechsel der Kippfigur stattfindet.

#### 3.25 Genauigkeitsuntersuchungen

Die Genauigkeit der Ergebnisse aus den verschiedengliedrigen Gelenkketten kann für einige Parameterfälle den Tafeln 4<sup>2)</sup> und 5 entnommen werden. Danach dürfte es für praktische Belange nahezu ausreichend sein, wenn im Bedarfsfall für gewisse Parameterkombinationen, die in den Kurventafeln nicht enthalten sind, die Kippbedingungen der sechsgliedrigen Gelenkkette benutzt wird. Die Verbesserung, die die Verwendung einer achthgliedrigen Gelenkkette

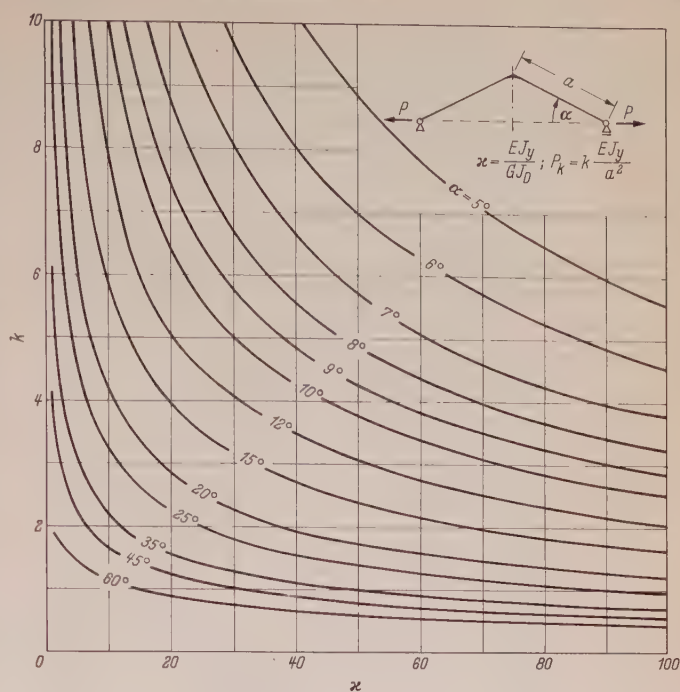


Bild 18. Über  $\alpha$  aufgetragene Kippwerte  $k$  der gezogenen Rahmenecke bei Vernachlässigung der Wölbkrafttorsion. Kurvenparameter  $\alpha$

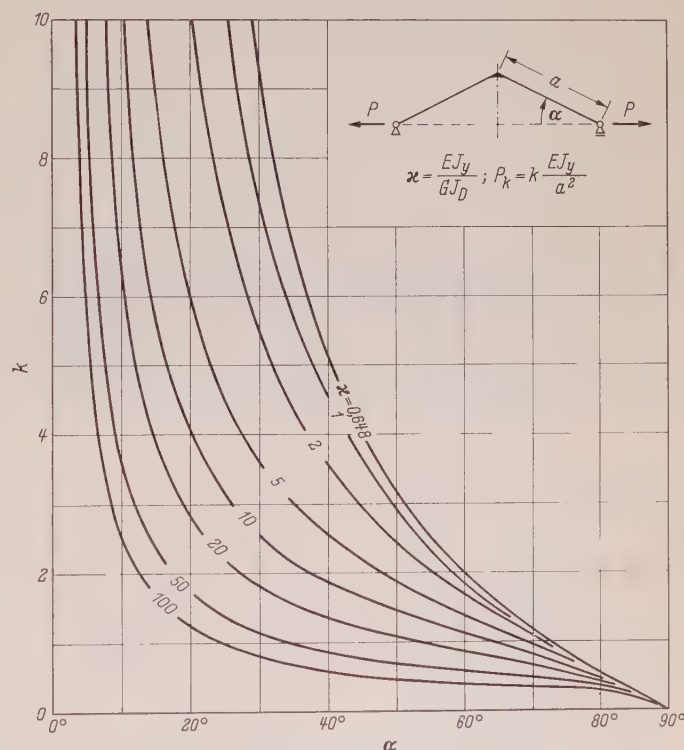


Bild 19. Über  $\alpha$  aufgetragene Kippwerte  $k$  der gezogenen Rahmenecke bei Vernachlässigung der Wölbkrafttorsion. Kurvenparameter  $\alpha$

noch bringt, ist geringfügig. In Tafel 6 sind Ergebnisse nach Hencky und Lösungen nach Abschnitt 3.1 (Differenzenverfahren) zusammengestellt; es zeigt sich, daß die Übereinstimmung zufriedenstellend ist.

Tafel 4. Kippwerte  $k$  verschiedengliedriger Gelenkketten;  $\alpha = 45^\circ$ ;  $n$  = Anzahl der Kettenglieder

$n \setminus \alpha$	Antimetrie			Symmetrie			
	1	10	100	0	1	10	100
4	-3,640	-1,725	-0,565	+3,32	+2,82	+1,49	+0,537
6	-3,652	-1,611	-0,548	+3,41	+2,79	+1,44	+0,525
8	-3,645	-1,615	-0,548	+3,44	+2,77	+1,43	+0,525

<sup>2)</sup> Aus der Diplom-Arbeit des Diplomkandidaten O. Ratka.



T a f e l 5. Kippwerte verschiedengliedriger Gelenkketten

$\alpha$	$k$	4-gliedrige Kette $\%$	6-gliedrige Kette $\%$
10°	+ 2	35,7	32,1
	- 2	164,3	153,7
35°	+ 1	37,4	34,7
	- 1	50,9	47,4

T a f e l 6. Kippwerte nach Hencky und Differentialgleichungen

$\alpha$	$\%$	Hencky $k$	Dgln. $k$
5°	85,59	+ 2,00	+ 2,074
5°	5,10	+ 2,40	+ 2,443
60°	121,25	+ 0,40	+ 0,403
60°	5,00	+ 1,72	+ 1,700
25°	1,21	- 10,0	- 9,43
5°	91,78	- 6,0	- 5,99
60°	115,86	- 0,4	- 0,396
60°	1,92	- 1,7	- 1,71

3.3 Versuche

Zur Überprüfung der Theorie wurden im Laboratorium des Institutes für Statik und Stahlbau an der Technische Hochschule Darmstadt Modell- und Großversuche durchgeführt.

3.31 Modellversuche

Bezüglich der benutzten Versuchseinrichtung, Herstellung der Modelle und Versuchsdurchführung kann auf [6] verwiesen werden;

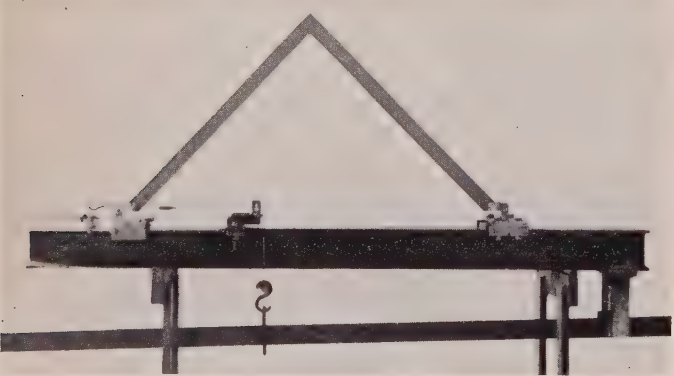


Bild 20. Versuchseinrichtung für gedrückte Modelle



Bild 21. Ausgekipptes, gedrücktes Modell mit einer Steife im Scheitel

es soll hier nur noch auf das Wesentliche eingegangen werden:

Die Modelle sind an einem Ende in Richtung des Kraftangriffs unverschieblich gelagert; das andere ruht auf einem leicht beweglichen Wagen; über einen Seilzug wird durch Anhängen von Gewichten an einen Hebelarm die Last eingeleitet (Bild 20, Bild 34). Die theoretisch vorausgesetzte vollkommene Kugellagerung der Modelle an den Auflagern ist im Versuch durch eine Schneidenlagerung mit nahezu punktförmiger Berührung zwischen Rahmenecke und einem Rundstab ersetzt.

Die Gurte und Stege wurden aus ebenen Blechen geschnitten und miteinander hart verlötet. Im Glühofen wurden sie eine Stunde bei 650° C gehalten. Die Versuche zeigen, daß auch bei Rahmenecken mit kurzen Schenkeln, deren Kippplast im plastischen Gebiet liegt, keine Beanstandungen der Löt-



Bild 22. Gedrücktes Modell mit einer Aussteifung im Scheitel

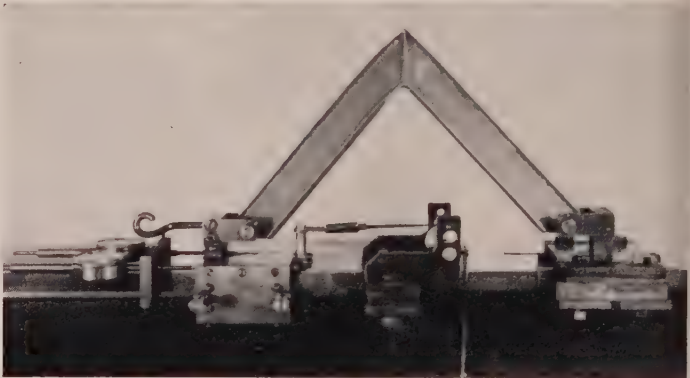


Bild 23. Ausgekipptes, gedrücktes Modell mit kurzen Schenkeln

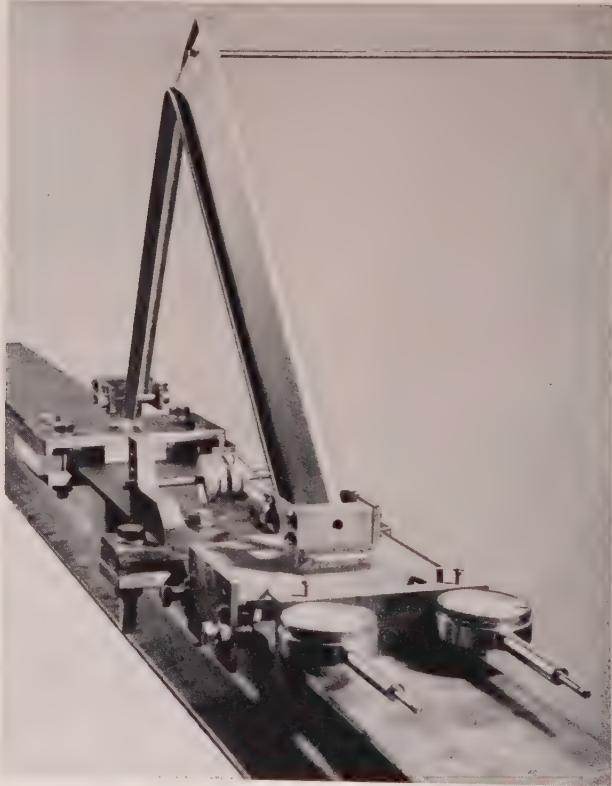


Bild 24. Ausgekipptes, gedrücktes Modell ohne Steife im Scheitel

nähte auftreten. Der Querschnitt wurde für alle Modelle gleich nach Bild 4 gewählt.

Das Versuchsprogramm umfaßt verschiedene Versuchsreihen. Zunächst wurden gedrückte Modelle mit verschiedenen Schenkellängen untersucht; im Scheitel war auf jeder Seite eine Steife hart eingelötet, die dort die Querschnittsform der Modelle beim Auskippen gewährleisten sollte (Bild 21, 22 und 23).



In einer zusätzlichen Versuchsreihe wurden die gleichen Modelle noch einmal untersucht, jedoch jetzt ohne Aussteifung im Scheitel (Bild 24, 25 und 26). Solche Systeme versagen bereits bei einer geringeren Last, da der Querschnitt im Scheitel nicht erhalten bleibt.



Bild 25. Ausgekipptes, gedrücktes Modell ohne Steife im Scheitel

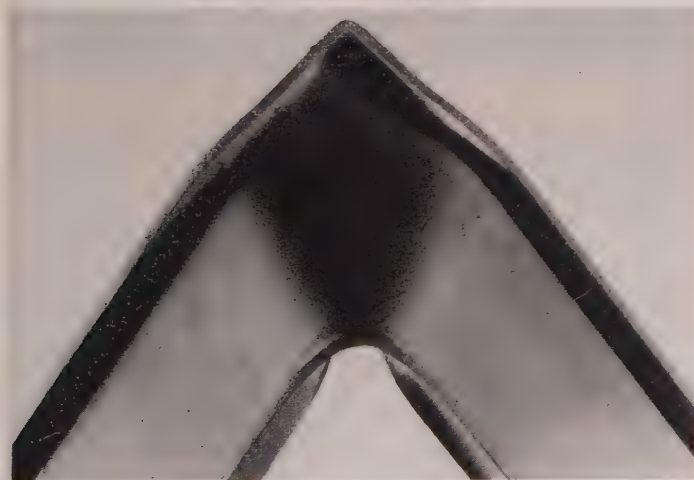


Bild 26. Ausgekippte Rahmenecke

Tafel 7. Kipplasten der gedrückten Modelle; III mit Steife im Scheitel; IV ohne Steife im Scheitel

Nr.	a [cm]	EJ <sub>y</sub> [kgcm <sup>2</sup> ]	GJD [kgcm <sup>2</sup> ]	α	γ	Rechnung P <sub>k</sub> [kg]		Versuch P <sub>k</sub> [kg]	
						I	II	III	IV
1	25	193 998	15 544	12,5	0,0914	631	448	304	237
2	30	196 917	15 714	12,5	0,0635	418	308	224	177
3	35	192 339	15 325	12,6	0,0469	286	218	197	136
4	40	184 800	13 883	13,3	0,0377	199	155	164	120
5	45	184 349	13 797	13,4	0,0301	152	121	138	117
6	55	193 725	15 015	12,9	0,0194	101	84,3	99	72
7	65	178 941	12 487	14,3	0,0156	63	54,5	62	53
8	75	174 257	11 923	14,6	0,0117	44	38,2	45	38

In Tafel 7 sind die Rechnungsergebnisse, die unter Zugrundelegung der tatsächlichen Querschnittswerte ermittelt wurden, den Versuchsergebnissen gegenübergestellt; für die Rechnung wurde angenommen, daß am Auflager die Verwölbung nicht behindert ist. Für die Verwölbung im Scheitel wurden zwei Fälle untersucht:

I. Verwölbung im Scheitel verhindert,

II. Verwölbung im Scheitel nicht behindert.

In den Bildern 27 und 28 sind die Ergebnisse grafisch dargestellt; daraus ist das interessante Resultat zu entnehmen, daß die Steife

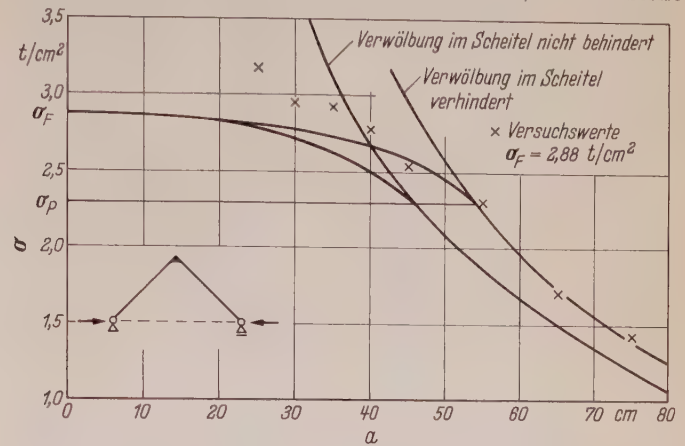


Bild 27. Über der Schenkellänge a aufgetragene kritische Randspannungen im Scheitel. Steife über die volle Höhe des Scheitelquerschnitts

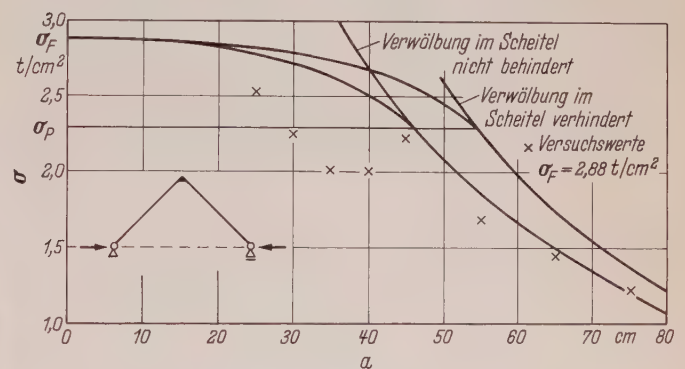


Bild 28. Über der Schenkellänge a aufgetragene kritische Randspannungen im Scheitel. Keine Steife im Scheitelquerschnitt

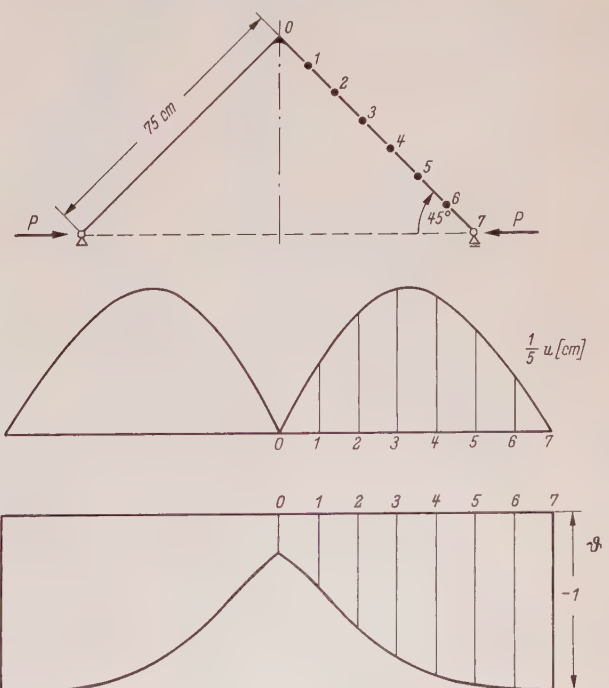


Bild 29. Eigenfunktionen des Modells Nr. 8 für P<sub>k</sub> = +44,0 kg



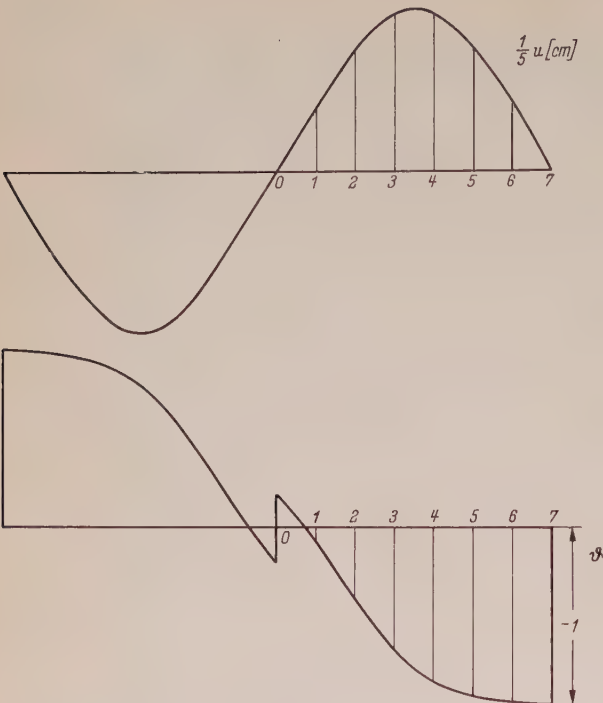


Bild 30. Eigenfunktionen des Modells Nr. 8 für  $P_k = + 59,1 \text{ kg}$

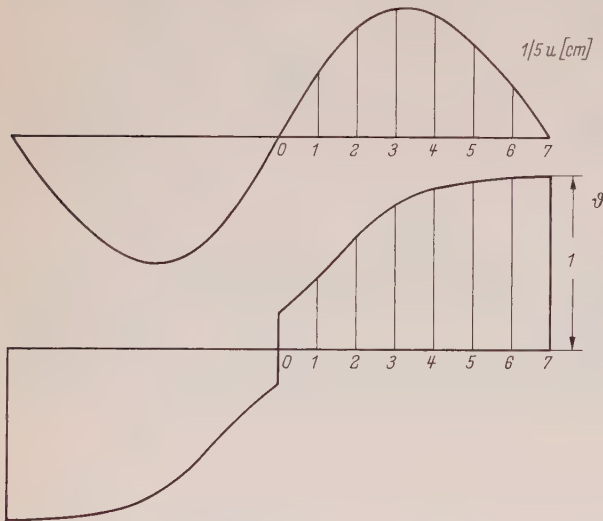


Bild 31. Eigenfunktionen des Modells Nr. 8 für  $P_k = - 50,2 \text{ kg}$

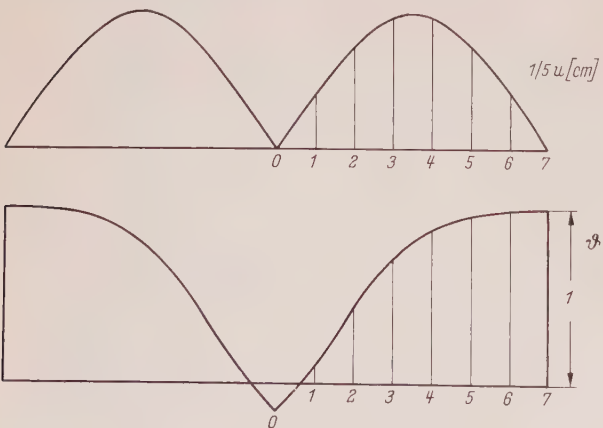


Bild 32. Eigenfunktionen des Modells Nr. 8 für  $P_k = - 66,9 \text{ kg}$

im Scheitel dort nahezu eine Verwölbungsbehinderung bewirkt, während die nichtausgesteifte Rahmenecke bereits bei einer Beanspruchung versagt, die beträchtlich unterhalb des Falles „Verwölbung im Scheitel nicht behindert“ liegt.

Mit kürzer werdenden Schenkeln gelangt die kritische Randspannung schließlich in den plastischen Bereich; hier erlaubt die DIN 4114, bei Überschreitung der Proportionalitätsgrenze die idealen Kippspannungen nach der Engeßerschen Knickkurve abzumindern. Eine solche Abminderung wurde in den Bildern 27 und 28 vorgenommen und erscheint auch hinsichtlich der Versuchsergebnisse gerechtfertigt.

Um zumindest für ein Modell Anhaltspunkte über die Lage höherer Eigenwerte zu gewinnen, wurde mit Hilfe des Programms (Abschnitt 3.14) durch systematisches Probieren der zweite positive Kippwert und die zwei ersten negativen Kippwerte ermittelt. In den Bildern 29 bis 32 sind die Kipplasten und die zugehörigen Eigenfunktionen angegeben. Im Gegensatz zu den entsprechenden Werten des gedrückten Halbkreisbogens in [6] liegen hier die Kipplasten, wenn man das Vorzeichen nicht beachtet, in einer Größenordnung.

Gezogene Modelle wurden in einer weiteren Versuchsreihe behandelt. Die Untersuchung nichtausgesteifter Modelle war hier nicht möglich, da, wie in einem Testversuch festgestellt wurde, das Stegblech am gezogenen Rand einriß und die Gurte sich vom Steg lösten (Bild 33). Mit steigender Belastung klafften die Risse immer mehr, bis schließlich die Traglast des Gesamtsystems erreicht war. Diese Last war als Kipplast nicht direkt brauchbar, jedoch zeigt dieser Versuch anschaulich, wie eine solche Ecke bereits vorher versagen kann.

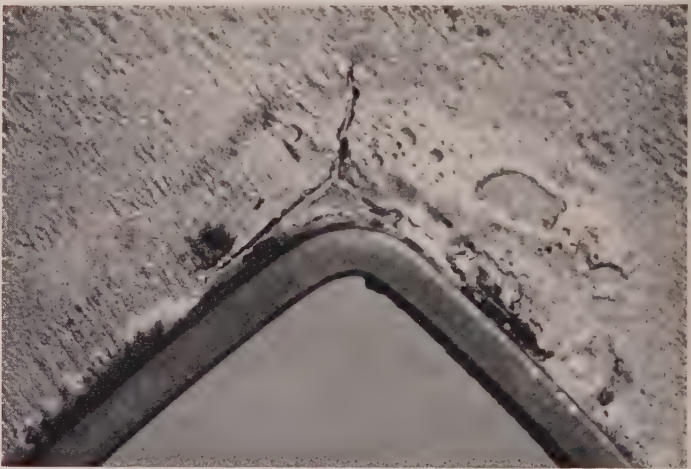


Bild 33. Eingerissenes Stegblech einer Rahmenecke

Um der Gefahr des Abreißen der Gurte zu begegnen, wurde deshalb eine Steife von 3 cm Länge eingelötet (Bild 34); die Ergebnisse sind in Tafel 8 zusammengestellt und in Bild 35 aufgezeichnet worden. Die Versuchswerte liegen zwischen den errechneten Grenzkurven.

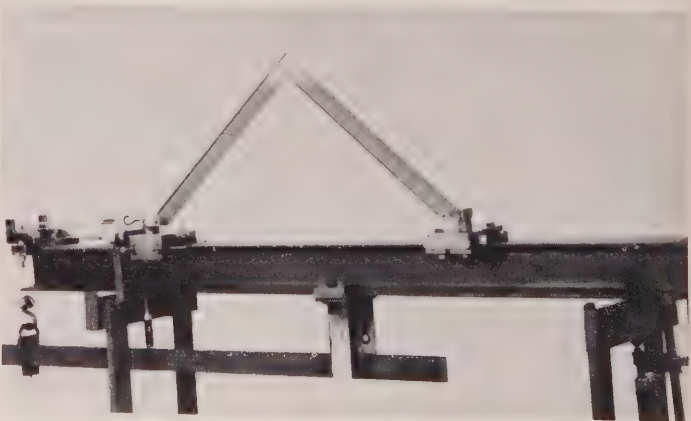


Bild 34. Versuchseinrichtung für gezogene Rahmenecken

Werden die Steifen über die volle Höhe des Scheitelquerschnitts durchgeführt, so ergeben sich Kippwerte (Bild 36; Tafel 9), die etwa den Rechnungswerten, die der Randbedingung „Verwölbung im Scheitel verhindert“ zugeordnet sind, entsprechen, was bereits bei den gedrückten Modellen festgestellt worden war.



Tafel 8. Kipplasten der gezogenen Modelle mit Steife von 3 cm Länge im Scheitel

Nr.	a [cm]	$EJ_y$ [kgcm <sup>2</sup> ]	$GJD$ [kgcm <sup>2</sup> ]	$\alpha$	$\gamma$	Rechnung $P_k$ [kg]		Versuch $P_k$ [kg]
						I	II	
9	35	190 000	14 300	13,3	0,0487	329	237	161
10	45	184 000	14 300	12,9	0,0285	177	136	131
11	55	186 000	14 300	13,0	0,0192	113	91,0	94
12	65	183 750	13 292	13,8	0,0147	74,1	61,8	69
13	75	187 824	13 495	13,9	0,0111	55,0	47,0	51

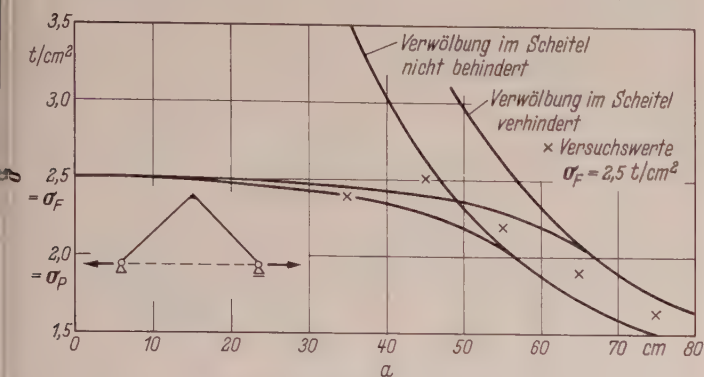


Bild 35. Über der Schenkellänge  $a$  aufgetragene kritische Randspannungen im Scheitel. Steife von 3 cm Länge im Scheitelquerschnitt

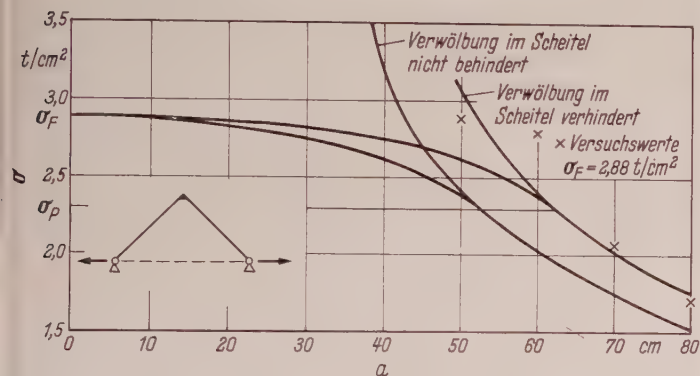


Bild 36. Über der Schenkellänge  $a$  aufgetragene kritische Randspannungen im Scheitel. Steife über die volle Höhe des Scheitelquerschnitts

Tafel 9. Kipplasten der gezogenen Modelle mit Steife im Scheitel

Nr.	a [cm]	$EJ_y$ [kgcm <sup>2</sup> ]	$GJD$ [kgcm <sup>2</sup> ]	$\alpha$	$\gamma$	Rechnung $P_k$ [kg]		Versuch $P_k$ [kg]
						I	II	
14	50	189 714	14 880	12,8	0,0229	143,5	113,4	136
15	60	193 242	15 228	12,7	0,0159	96,2	79,5	109
16	70	192 759	15 838	12,8	0,0112	67,0	57,4	69
17	80	195 762	15 601	12,5	0,0088	51,9	44,7	50

### 3.32 Großversuche

Neben Modellversuchen wurden auch Versuchsreihen an großen Rahmenecken mit verschiedenen Schenkellängen durchgeführt (Bild 37, 38 und 39). Die beiden Schenkel waren unter  $45^\circ$  abgesägt und an der Verbindungsstelle Kopfplatten angeschweißt. Zur Verminderung der Eigenspannungen wurden die Träger mindestens eine Stunde bei  $650^\circ\text{C}$  gegläht. Die Verbindung der Schenkel erfolgte durch hochfeste Schrauben M 24 der Güte 10 K, die je mit 80 mkg vorgespannt wurden, um nach Möglichkeit ein Klaffen der Fuge zu verhindern. Die Krafteinleitung geschah über auswechselbare Lagerkörper.

Für die Theorie zur Berechnung solcher Rahmenecken wird angenommen, daß der verwinkelte Spannungszustand in der eigentlichen Ecke hier nicht berücksichtigt wird. Zur Abschätzung der Gültigkeit dieser Annahme wurden in einem Orthogonalschnitt eines Schenkels nahe der Stoßstelle an jedem Gurt die Dehnungen mittels Dehnungsmeßstreifen bestimmt. Die Meßergebnisse können als im Rahmen der Versuchsgenauigkeit befriedigend angesehen werden.

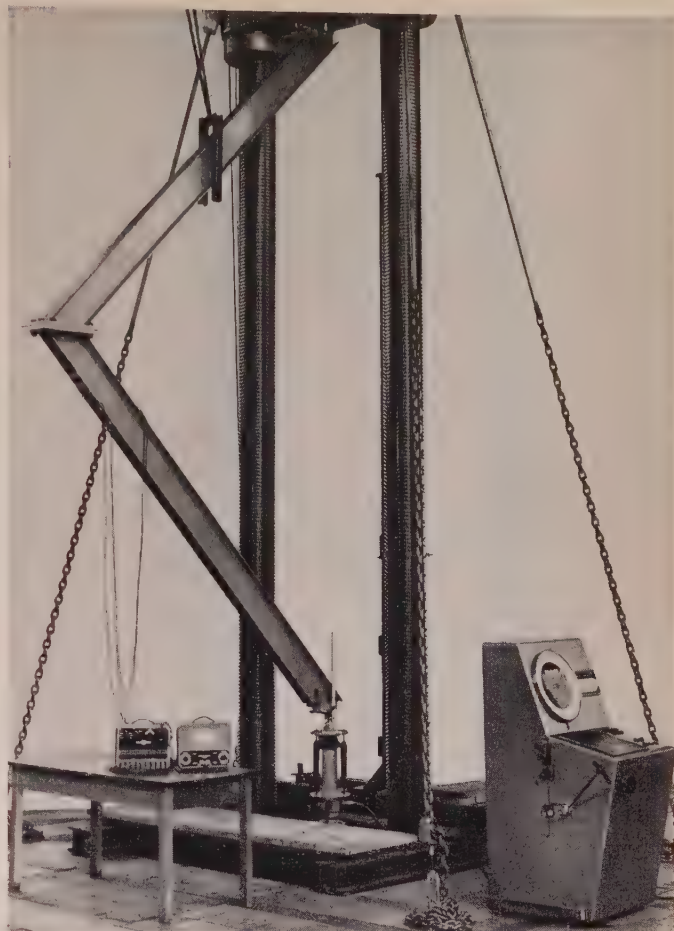


Bild 37. Großversuche an einer Rahmenecke mit einer Schenkellänge von 3,51 m

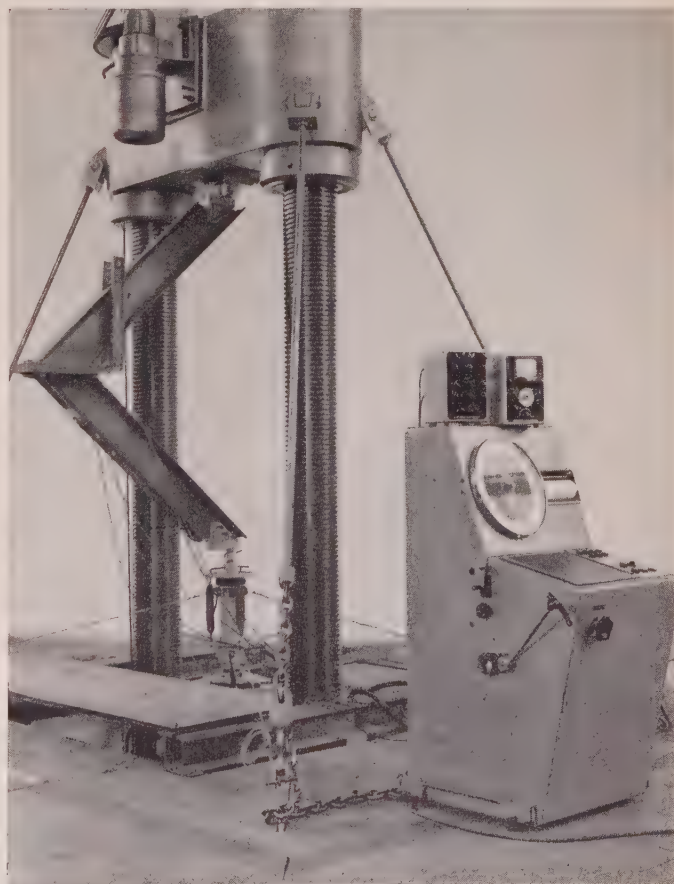


Bild 38. Großversuche an einer Rahmenecke mit einer Schenkellänge von 1,48 m





Bild 39. Ausgekippte Rahmenecke mit einer Schenkellänge von 2,68 m

Die Traglast konnte direkt an einem Manometer, das an einem Einzelprüfzylinder angeschlossen war, abgelesen werden; sie war dann erreicht, wenn trotz Nachpumpen der Zeiger immer weiter absank.

In Tafel 10 sind die Versuchslasten zusammengestellt; zum Vergleich wurden auch die zugehörigen Rechnungslasten angegeben, und zwar für

- I. Verwölbung im Scheitel verhindert,
- II. Verwölbung im Scheitel nicht behindert.

Tafel 10. Kipplasten aus Rechnung und Großversuchen

Nr.	Profil	a [cm]	J <sub>y</sub> [cm <sup>4</sup> ]	J <sub>D</sub> [cm <sup>4</sup> ]	α	γ	Rechnung P <sub>k</sub> [t]		Versuch P <sub>k</sub> [t]
							I	II	
18	I 22	351	162	20,1	20,9	0,0184	3,60	3 01	3,59
19		326				0,0213	4,29	3,52	3,60
20		294				0,0262	5,42	4,33	3,70
21		266				0,0319	6,85	5,34	4,48
22		236				0,0405	9,02	6,83	5,60
23		207				0,0528	12,30	9,05	6,70
24		175				0,0748	18,30	12,90	8,50
25		146				0,1062	28,10	19,00	10,75
26	IPE 22	351	196	6,50	78,2	0,0727	3,20	2,18	2,81
27		328	210	7,55	72,1	0,0773	4,15	2,80	3,20
28		293	218	7,41	76,3	0,0993	5,37	3,50	3,80
29		268	206	6,82	78,3	0,1260	6,55	4,11	4,00
30		238	216	7,56	74,1	0,1515	9,32	5,67	3,90
31		203	193	6,55	78,4	0,2092	11,85	6,80	4,60
32		178	206	6,40	83,5	0,3040	18,00	9,61	5,33
33		148	205	6,73	79,0	0,4169	28,90	14,35	6,70

In den Bildern 40 und 41 sind die kritischen Randspannungen aus Versuch und Rechnung aufgezeichnet. Die idealen Kippspannungen, die über der jeweiligen Proportionalitätsgrenze liegen, wurden nach der Engeßerschen Knickkurve abgemindert.

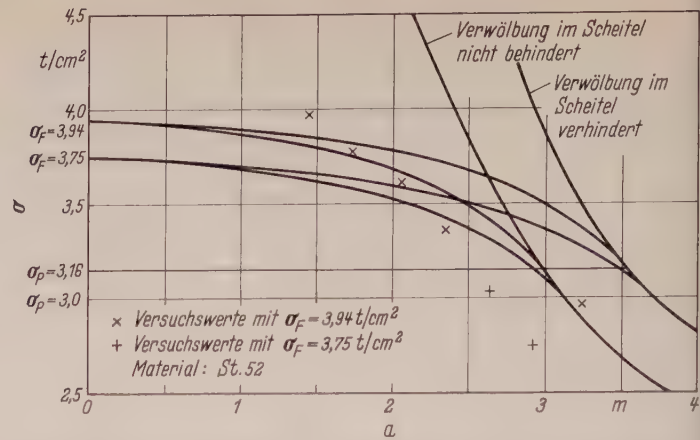


Bild 40. Über der Schenkellänge a aufgetragene kritische Randdruckspannungen im Scheitel. Profil I 22

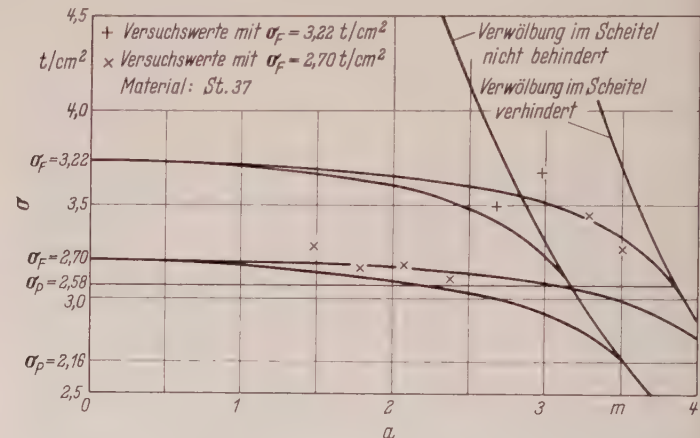


Bild 41. Über der Schenkellänge a aufgetragene kritische Randdruckspannungen im Scheitel. Profil IPE 22

4. Das Kipp-Problem des Zweigelenkrahmens

In der bereits zitierten Arbeit von Hencky [1] ist auch das Kipp-Problem eines quadratischen Zweigelenkrahmens mit konstantem Trägheitsmoment und konstantem Drillwiderstand mittels Gelenkkettenmethode behandelt worden (Bild 42).

Der Rahmen soll an den Kämpfern vollkommen kugelig gelagert und eine Verschiebung der Riegelmitte senkrecht zur Tragwerks-ebene nicht möglich sein.

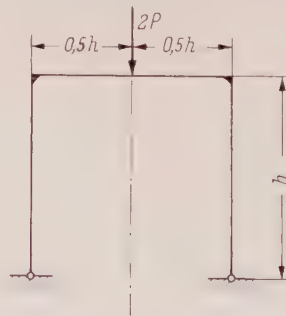


Bild 42. Kippgefährdeter Zweigelenkrahmen

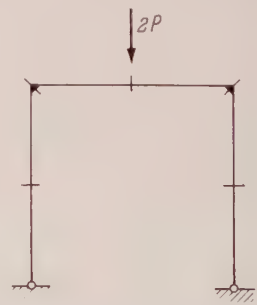


Bild 43. Sechsgliedrige Gelenkkette

Für ein numerisches Beispiel wählt Hencky folgendes System:

$J_y = 24\,000\text{ cm}^4; J_x = 480\,000\text{ cm}^4$

$J_D = 194\text{ cm}^4; \alpha = 321$

$h = 1\,140\text{ cm; Trägerhöhe } 90\text{ cm}$

und erhält bei antisymmetrischer Kippfigur und Verwendung einer sechsgliedrigen Gelenkkette (Bild 43) eine kritische Last von  $P_k = 0,338\text{ t}$ , während bei Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion eine Kipplast von  $P_k = 0,690\text{ t}$  errechnet wird. Dieses Ergebnis ist nicht plausibel; es ist kaum vorstellbar, daß bei solch schlanken Bauelementen die Wölbkrafttorsion von Bedeutung ist. Die Hencky-schen Ableitungen wurden daher sorgfältig nachgeprüft und festgestellt, daß für die Differentialgleichungen der Wölbkrafttorsion



T a f e l 11. Matrix (ℳ—× ℳ)

ξ <sub>3</sub>	ξ <sub>4</sub>	ξ <sub>2</sub>	ξ <sub>1</sub>	ξ <sub>5</sub>
+ 1		+ 1/16 k - 4	- 1/8 k + 5	
		+ 1/6272 k <sup>2</sup> · x	- 1/3136 k <sup>2</sup> · x	
+ 1/16 k - 2	+ 1	- 2	- 3/16 k + 6	
+ 3/6272 k <sup>2</sup> · x		- 3/6272 k <sup>2</sup> · x	- 3/6272 k <sup>2</sup> · x	
+ 1	+ 1/28 k - 2	(1 - 1/56 k) 112/k	(1 - 1/56 k) (1/16 k - 2) 112/k	+ 1
(1 - 1/56 k) 1/56 k · x		(1 - 1/56 k) 1/56 k · x	(1 - 1/56 k) 1/56 k · x	(1 - 1/56 k) 1/8 k · x
- 1	- 3/112 k	(1 + 1/56 k) 112/k	(1 + 1/56 k) (1/16 k - 2) 112/k	+ 1
(1 + 1/56 k) 1/56 k · x	- (1 + 1/56 k) 3/56 k · x	(1 + 1/56 k) 1/56 k · x	(1 + 1/56 k) 1/56 k · x	- (1 + 1/56 k) 1/8 k · x
	+ 1			+ 1/112 k - 2
				+ 15/6272 k <sup>2</sup> · x

Differenzenausdrücke ohne Rücksicht auf die Ecke benutzt werden; das ist jedoch nicht zulässig, wenn brauchbare Ergebnisse erzielt werden sollen. Die Verwendung von mathematisch sinnvolleren unsymmetrischen Differenzenausdrücken ergab nach einer erneuten Durchrechnung jetzt eine kritische Last  $P_k = 0,338\text{ t}$  bei Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion<sup>3)</sup>.

Die Kenntnis der Kippplast solcher in Riegelmitte belasteten Zweigelenkrahmen ist besonders bei Hängebahnanlagen (Bild 44) von Interesse; es soll daher hier das Problem noch näher untersucht werden.

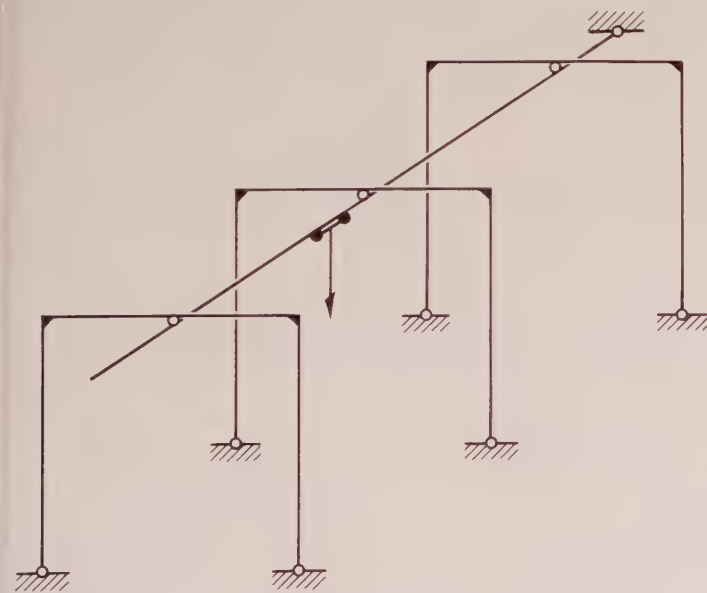


Bild 44. Hängebahnanlage

Für eine sechsgliedrige Gelenkkette (Bild 43) lautet die Kippbedingung, wenn die von Hencky angegebene Gleichung korrigiert wird:

$$x^2 \left( \frac{5}{614656} k^5 - \frac{5}{784} k^3 \right) + x \left( \frac{68}{87808} k^4 - \frac{10}{784} k^3 - \frac{68}{112} k^2 + 5 k \right) - \frac{1}{448} k^3 - \frac{2}{7} k^2 + \frac{22}{4} k - 14 = 0$$

Die Lösung dieser quadratischen Gleichung für  $x$  stieß auf numerische Schwierigkeiten; infolge Differenzen etwa gleich großer Zahlen versagte auch die elektronische Behandlung des Problems.

<sup>3)</sup> Diese Untersuchungen führte Herr cand. rer. nat. E. Klingbeil durch.

Für nicht allzu kleine Werte von  $x$  kann es jedoch unter Umständen ausreichen, wenn nur der lineare Teil der Gleichung berücksichtigt wird; man erhält dann:

$$x = \frac{14 - \frac{22}{4} k + \frac{2}{7} k^2 + \frac{1}{448} k^3}{5 k - \frac{68}{112} k^2 - \frac{10}{784} k^3 + \frac{68}{87808} k^4} \quad \text{I.}$$

Eine weitere Vereinfachung ist möglich, wenn für  $k$  nur relativ kleine Werte auftreten; die höheren Potenzen von  $k$  können dann vernachlässigt werden:

$$x = \frac{1}{5 k} \left( 14 - \frac{11}{2} k \right) \quad \text{II.}$$

Um die Genauigkeit der beiden Formeln I. und II. abschätzen zu können, erschien es zweckmäßig, den Rahmen in noch mehr Kettenelemente zu unterteilen. Für eine zwölfgliedrige Gelenkkette (Bild 45) ergab sich ein fünfgliedriges homogenes Gleichungssystem für die seitlichen Ausbiegungen  $\xi$  (Tafel 11).

Das Matrizen-eigenwertproblem  $(\mathfrak{M} - x \mathfrak{B}) x = 0$  wurde mit Hilfe des Elektronenrechners IBM 650 gelöst; für einen jeweils vorgegebenen Kippwert  $k$  berechnete ein Programm die Elemente der Matrix  $(\mathfrak{M} - x \mathfrak{B})$  und ermittelte durch gebrochene Iteration nach Wielandt [8] den zugehörigen Wert  $x$ . Die Ergebnisse sind in Bild 46 grafisch dargestellt. Tafel 12 zeigt, daß die Formeln I. und II. gegenüber den Kippwerten der zwölfgliedrigen Gelenkkette bereits gute Näherungen zu liefern vermögen.

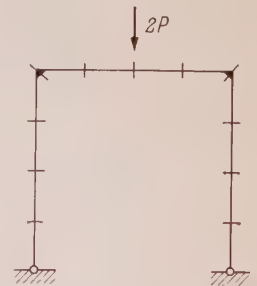


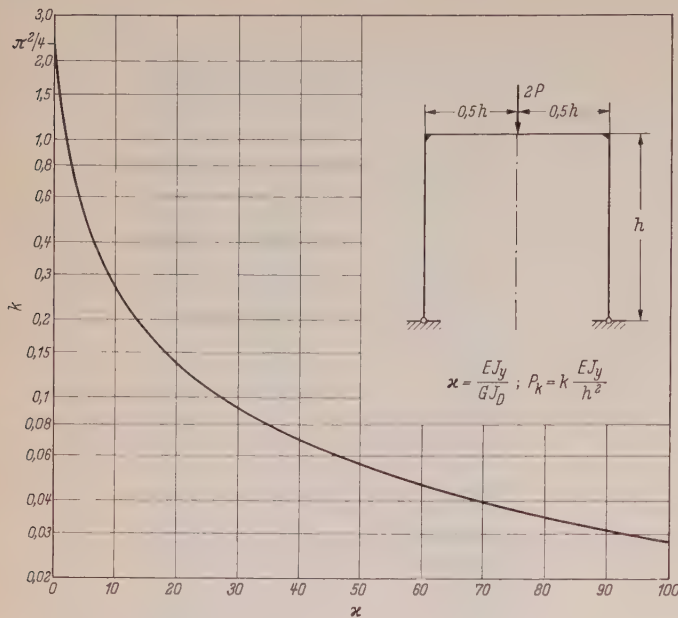
Bild 45. Zwölfgliedrige Gelenkkette

T a f e l 12. Verschiedene Näherungen für  $x$

k	x	x <sub>I</sub>	x <sub>II</sub>
0,02	139,24	139,24	138,9
0,04	69,30	69,24	68,9
0,10	27,28	27,24	26,9
0,40	6,28	6,23	5,9

Die Behandlung des rechteckigen Zweigelenkrahmens mit unterschiedlichem Trägheitsmoment und Drillwiderstand in Riegel und Pfosten nach dem Differenzenverfahren scheiterte bisher an numerischen Schwierigkeiten beim homogenen Gleichungssystem.



Bild 46. Über  $\alpha$  aufgetragene Kippwerte des Zweigelenrahmens

### 5. Zusammenfassung

Das Kipp-Problem einer idealisierten Rahmenecke wurde an einem symmetrischen, zweiständigen Rahmen mit einem allgemeinen Öffnungswinkel in Rechnung und Versuch behandelt.

Unter Vernachlässigung der Wölbkrafttorsion konnten nach Hencky für solche Tragwerke bei verschiedenen Randbedingungen und verschiedener Anzahl von Kettengliedern Formeln entwickelt werden, die in ihrer Genauigkeit den Anforderungen der Praxis vollauf gerecht werden. Diese Beziehungen wurden für geeignete Parameterkombinationen mit Hilfe des elektronischen Rechenaufmachens IBM 650 ausgewertet und die Ergebnisse in Kurventafeln dargestellt. Die Kippwerte dieser Tafeln stellen untere Grenzwerte dar.

Die Benutzung des Differenzenverfahrens ermöglichte die Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion. Für gedrückte und gezogene

Systeme wurden Kippwerte für Kurventafeln berechnet, die Aufschluß über den Einfluß der Wölbkrafttorsion in Abhängigkeit der Randbedingungen geben. Daraus kann entnommen werden, daß im Hinblick auf eine wirtschaftliche Bemessung die Wölbkrafttorsion nicht immer vernachlässigt werden sollte.

Den aufgestellten Kurventafeln kommt für praktische Bedürfnisse eine besondere Bedeutung zu, da die Darstellung dimensionslos erfolgte und die Kurventafeln somit für jeden doppelsymmetrischen, auf Kippen gefährdeten Querschnitt angewandt werden können.

Für den quadratischen Zweigelenrahmen mit konstantem Trägheitsmoment und konstantem Drillwiderstand wurden Kippwerte berechnet und in Kurventafeln dargestellt.

Zur Kontrolle wurden Versuche an Modellen und großen Rahmenwerken durchgeführt; die Richtigkeit der Theorie konnte dadurch bestätigt werden. Bei der Gegenüberstellung von Versuchs- und Rechnungswerten ergab sich, daß durch Anordnung einer Steife im Scheitelquerschnitt dort nahezu eine Verwölbungsverhinderung erreicht wurde. Liegt die Rechnungslast oberhalb der Proportionalitätsgrenze des Spannungs-Dehnungsdiagramms, so erscheint eine Abminderung der idealen Kippspannungen nach der Engeßerschen Knickkurve gerechtfertigt.

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen eines Forschungsvorhabens, das vom Bundesministerium für Wirtschaft dankenswerterweise unterstützt wurde, durchgeführt.

### Schrifttum

- [1] Hencky, H.: Über die angenäherte Lösung von Stabilitätsproblemen im Raum mittels der elastischen Gelenkkette. Der Eisenbau 11 (1926), H. 24, S. 437 bis 452.
- [2] Chwalla, E.: Über das Auskippen zweiständiger Rahmen. Stahlbau 11 (1938), H. 21/22, S. 161 bis 167.
- [3] Chwalla, E. u. Schöblik, F.: Beitrag zum 5. internationalen Kongreß für techn. Mechanik. Cambridge, Mass., 1938.
- [4] Eßlinger, M.: Kippen von Rahmenecken mit Rechteckquerschnitt. Stahlbau 23 (1954), H. 3, S. 53 bis 60.
- [5] Eßlinger, M.: Flambage latérale des poutres en I courbes tenant compte de la torsion de flexion (I). Annales des Ponts et Chaussées, Mai/Juni 1954.
- [6] Klöppel, K. u. Protte, W.: Ein Beitrag zum Kipp-Problem des kreisförmig gekrümmten Stabes. Stahlbau 30 (1961), H. 1, S. 1 bis 15.
- [7] Klöppel, K.: Zur Einführung der neuen Stabilitätsvorschriften. Abhandlung aus dem Stahlbau, H. 12, S. 84. Walter Dorn Verlag, Bremen-Horn.
- [8] Wielandt, H.: Bestimmung höherer Eigenwerte durch gebrochene Iteration. Ber. B. 44/1/37 der Aerodynamischen Versuchsanstalt, Göttingen 1944.

## Der kippgefährdete Träger unter nichtrichtungstreuer Belastung

Von Dipl.-Ing. Bruno Kaschke, Berlin

DK 624.075.3

### 1. Vorbemerkungen

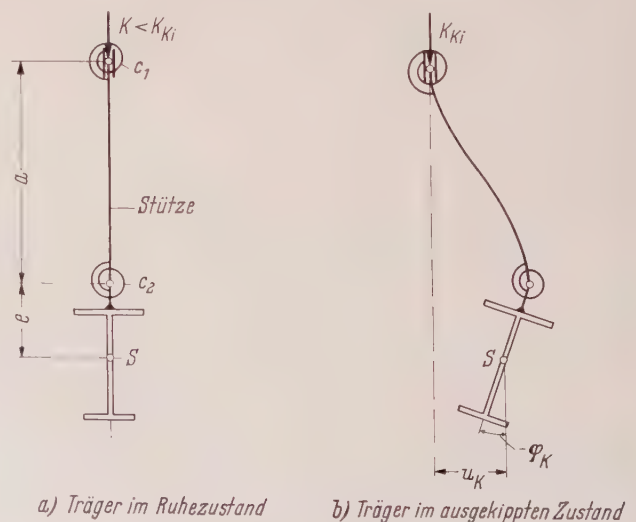
Über die Knickstabilität bei mittlerer Lasteinleitung sind uns aus der Literatur und den Vorschriften eine Anzahl von Verfahren zur Bestimmung der kritischen Knicklasten bekannt, und die Untersuchungen sind bis zu einem gewissen Abschluß gekommen.

Hinsichtlich der Kippstabilität dagegen haben die Untersuchungen noch nicht den entsprechenden Stand erlangt. So fehlen Untersuchungen über die Kippstabilität bei Richtungsänderung der Lasten während des Auskippvorgangs. Ein solcher Fall der nichtrichtungstreuen Belastung kann eintreten, wenn ein Träger durch eine Stütze belastet wird, dessen Stützenkopf seitlich unverschieblich gehalten ist. Der allgemeine Fall dieser Belastung ist in Bild 1 dargestellt.

Die beiden Federn mit den Steifigkeiten  $c_1$  und  $c_2$  sollen entsprechend der konstruktiven Ausbildung des Stützenkopfes und des Anschlusses der Stütze an den Träger eine elastische Verdrehbarkeit der Verbindungen berücksichtigen.

Da für diesen allgemeinen Belastungsfall die Kipplast außer von den geometrischen und elastischen Größen des Trägers noch von fünf weiteren Parametern, der Stützenlänge  $a$ , der Außermittigkeit  $e$ , den Federsteifigkeiten  $c_1$  und  $c_2$  und der Steifigkeit der Stütze abhängt, ist ohne eine Vereinfachung die mathematische Behandlung des Problems noch recht kompliziert und schwierig. Es werden deshalb folgende Vereinfachungen getroffen. Die Stütze wird als vollkommen starr angenommen und ein über die ganze Länge konstanter doppelsymmetrischer Querschnitt des Trägers den Untersuchungen zugrunde gelegt. Die Federsteifigkeiten der Anschlüsse sind in der

Praxis nur schwer zu erfassen und es ist deshalb zweckmäßig, die Untersuchungen nur auf die Grenzfälle mit  $c_1 = c_2 = 0$  (Bild 2a und b) und  $c_1 = 0, c_2 = \infty$  (Bild 2c) zu beschränken.



a) Träger im Ruhezustand b) Träger im ausgekippten Zustand  
Bild 1. Querschnitt des Trägers an der Stelle der Lasteinleitung



Weiterhin werden die üblichen Idealisierungen getroffen, daß der Werkstoff unbeschränkt dem Hookeschen Gesetz folgt und daß die endliche Krümmung der Trägerachse in der  $y$ - $z$ -Ebene vernachlässigt werden kann. Die Differentialgleichungen und Randbedingungen werden unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung als lineare Gleichungen der abhängigen Veränderlichen  $\varphi$  und  $u$  und ihrer Ableitungen ermittelt.

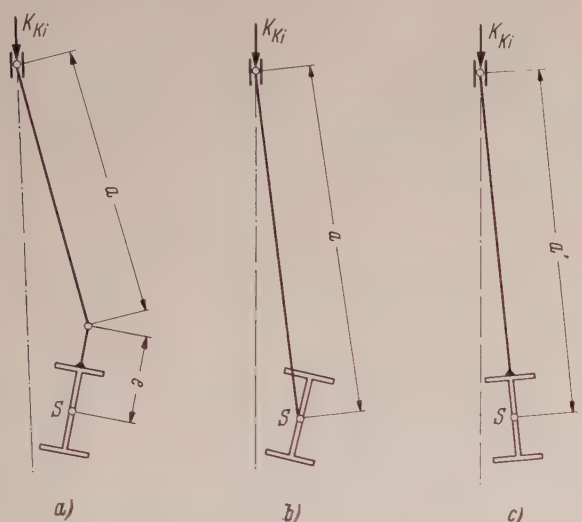


Bild 2. Querschnitt des Trägers an der Stelle der Lasteinleitung  
a)  $a \neq 0, e \neq 0$  b)  $a \neq 0, e = 0$  c)  $a = 0, a' = e$

## 2. Bezeichnungen und Formeln

$K_{Ki}$ ,  $a$ ,  $a'$ ,  $e$  sind aus Bild 2 ersichtlich.

$E J_y$  = Biegesteifigkeit um die  $y$ -Achse,

$G J_D$  = Drillsteifigkeit,

$E C_M$  = Wölbsteifigkeit.

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{K_{Ki} \cdot l^2}{\sqrt{E J_y \cdot G J_D}} \\ \sigma_{Ki} &= \frac{k \cdot h}{2 \cdot L \cdot J_x} \cdot \sqrt{E J_y \cdot G J_D} \\ \chi &= \frac{1}{L^2} \cdot \frac{E C_M}{G J_D} \approx \frac{E J_y}{G J_D} \cdot \left( \frac{h}{2L} \right)^2 \\ \chi_1 &= \frac{1}{l^2} \cdot \frac{E C_M}{G J_D} \\ m &= \frac{l}{a} \sqrt{\frac{G J_D}{E J_y}} = \frac{n}{q} = \frac{k}{K_2 - K_1} \\ m' &= \frac{l}{a'} \cdot \sqrt{\frac{G J_D}{E J_y}} \\ n &= \frac{e}{a} = q \cdot m = \frac{K_1}{K_2 - K_1} \\ q &= \frac{e}{l} \sqrt{\frac{E J_y}{G J_D}} = \frac{n}{m} = \frac{K_1}{k} \\ K_1 &= \frac{k \cdot n}{m} = k \cdot q \\ K_2 &= \frac{k(1+n)}{m} = \frac{k(1+q \cdot m)}{m} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Vgl. hierzu} \\ &\text{DIN 4114 Ri, Abs. 15.13} \\ &\dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

Die Bezeichnungsweise und der Richtungssinn des Koordinatensystems werden wie in [1] gewählt. Damit können die Gleichungen für die inneren Schnittkräfte und die inneren und äußeren Arbeiten von dort entnommen werden.

$$\left. \begin{aligned} M_{\xi}^{(i)} &= E C_M \varphi''' - G J_D \varphi' \\ M_{\eta}^{(i)} &= E J_y u'' \\ Q_{\xi}^{(i)} &= -E J_y u''' \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} A^{(i)} &= -\frac{1}{2} \int_0^L [G J_D \varphi'^2 + E C_M \varphi''^2 + E J_y u''^2] dz \\ A^{(a)} &= K \cdot \Delta h + \int_0^L M_x u'' \varphi dz \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

In Bild 3 sind die äußeren Schnittkräfte, wie sie an den Querschnitten des herausgeschnittenen Trägerelementes angreifen, dargestellt.

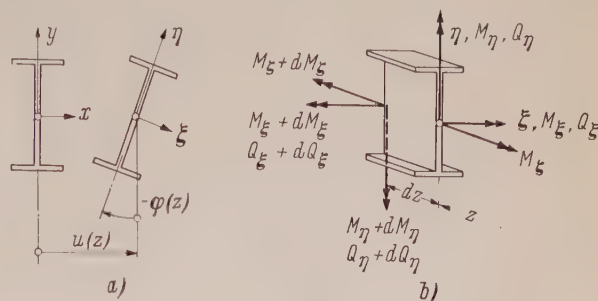


Bild 3. Darstellung der Schnittkräfte am Trägerelement

Ferner sollen für beliebige Funktionen  $X$  und  $Y$  mit  $z = \xi \cdot l$  die Differentiationsregeln

$$\left. \begin{aligned} X'(z) &= \frac{dX}{dz} = \frac{1}{l} \frac{dX}{d\xi} \\ Y'(\xi) &= \frac{dY}{d\xi} = l \frac{dY}{dz} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

vereinbart werden.

Bei der Auswertung der Kippbedingungen werden die folgenden unendlichen Reihen benötigt.

$$\left. \begin{aligned} g_1(t) &= 1 - \frac{t^2}{3 \cdot 4} + \frac{t^4}{3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8} - \frac{t^6}{3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 12} + \dots \\ g_2(t) &= 1 - \frac{t^2}{4 \cdot 5} + \frac{t^4}{4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 9} - \frac{t^6}{4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 12 \cdot 13} + \dots \\ g_3(t) &= 1 - \frac{t^2}{4 \cdot 7} + \frac{t^4}{4 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 11} - \frac{t^6}{4 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 15} + \dots \\ g_4(t) &= 1 - \frac{t^2}{4} + \frac{t^4}{4 \cdot 5 \cdot 8} - \frac{t^6}{4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 12} + \dots \\ g_5(t) &= 1 - \frac{t^2}{2 \cdot 3 \cdot 6} + \frac{t^4}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 10} - \frac{t^6}{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 14} + \dots \\ g_6(t) &= 1 - \frac{t^2}{7 \cdot 8} + \frac{t^4}{7 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 12} - \frac{t^6}{7 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 15 \cdot 16} + \dots \end{aligned} \right\} (5)$$

T a f e l l

$k$	$g_1(k)$	$g_2(k)$	$g_3(k)$	$g_4(k)$
0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,5	0,9792	0,9875	0,9911	0,9379
1,0	0,9181	0,9507	0,9647	0,7561
1,5	0,8199	0,8911	0,9217	0,4685
2,0	0,6898	0,8108	0,8635	0,0964
2,117	—	—	—	0,0000
2,5	0,5346	0,7136	0,7921	-0,3320
3,0	0,3624	0,6031	0,7099	-0,7842
3,5	0,1835	0,4839	0,6194	-1,2250
4,0	0,0044	0,3606	0,5237	-1,6196
4,013	0,0000	—	—	—
4,5	-0,1634	0,2379	0,4254	-1,9361
5,0	-0,3122	0,1205	0,3283	-2,1466
5,5	-0,4348	0,0125	0,2344	-2,2318
5,564	—	0,0000	—	—
6,0	-0,5255	-0,0824	0,1467	-2,1789
6,5	-0,5805	-0,1613	0,0671	-1,9854
6,982	—	—	0,0000	—
7,0	-0,5980	-0,2222	-0,0023	-1,6585
7,5	-0,5783	-0,2637	-0,0602	-1,2144
8,0	-0,5238	-0,2847	-0,1050	-0,6815

## 3. Der Kragträger mit doppelsymmetrischem wölbfreiem Querschnitt

Die Belastungsfälle der Bilder 2 b und c lassen sich als Sonderfälle des Bildes 2 a darstellen. Für Bild 2 b gilt  $e = 0$  und für



Bild 2 c  $a = 0, a' = e$ . Für alle drei Belastungsfälle genügt deshalb eine Untersuchung der Kippstabilität des in Bild 2 a dargestellten Belastungsfalls.

Der Träger wird durch eine Einzellast am freien Ende belastet.

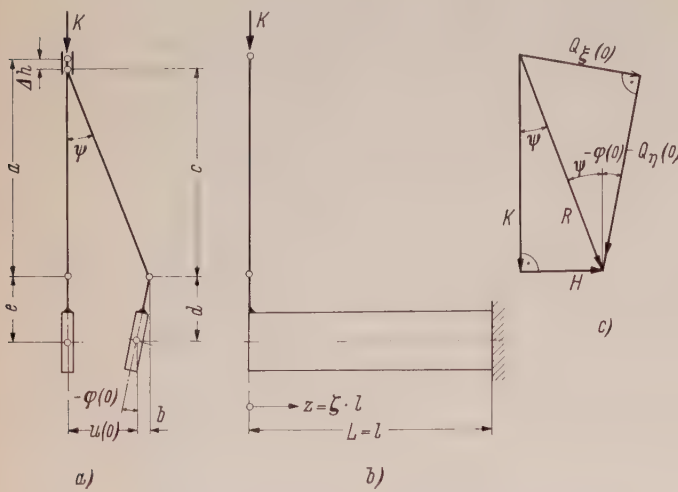


Bild 4. a) Querschnitt am freien Trägerende  
b) Ansicht des Trägers c) Kräfteplan

3.1 Herleitung der simultanen Differentialgleichungen und Randbedingungen

Die Differentialgleichungen werden mit Hilfe der energetischen Methode ermittelt.

Aus Bild 4 a kann man ablesen:  
 $b = e \cdot \sin [-\varphi(0)] = -e \cdot \sin \varphi(0),$   
 $d = e \cdot \cos [-\varphi(0)] = e \cdot \cos \varphi(0),$   
 $c = \sqrt{a^2 - [u(0) + b]^2} = \sqrt{a^2 - [u(0) - e \cdot \sin \varphi(0)]^2},$   
 $\Delta h = a + e - c - d$   
 $= a + e - e \cdot \cos \varphi(0) - \sqrt{a^2 - [u(0) - e \cdot \sin \varphi(0)]^2}.$

Wird die rechte Seite der Gleichung in eine Taylorreihe entwickelt, die mit den quadratischen Gliedern abgebrochen wird, so ergibt sich

$$\Delta h = \frac{1}{2} \left[ e(1+n) \varphi^2(0) + \frac{n}{e} u^2(0) - 2n \cdot u(0) \cdot \varphi(0) \right]. \quad (6)$$

Setzt man diesen Ausdruck,  $C_M = 0$  und  $M_x = -K \cdot z$ , in die Gleichungen (3) ein, so kann damit die energetische Bedingung für das Gleichgewicht in der Form

$$\Delta A = -A^{(i)} - A^{(a)} = \frac{1}{2} \int_0^l [G J_D \varphi'^2 + E J_y u''^2 + 2Kz u'' \varphi] dz - \frac{1}{2} K \left[ e(1+n) \varphi^2(0) + \frac{n}{e} \cdot u^2(0) - 2n u(0) \cdot \varphi(0) \right] = 0$$

geschrieben werden.

Die erste Variation von  $\Delta A$  nach  $u$  und nachfolgender partieller Integration liefert

$$[E J_y u'' + K z \varphi] \delta u \Big|_0^l - [E J_y u''' + K(z \varphi)'] \delta u \Big|_0^l - K \left[ \frac{n}{e} u(0) - n \varphi(0) \right] \delta u(0) + \int_0^l [E J_y u'''' + K(z \varphi)''] \delta u dz = 0.$$

Wegen der Randbedingungen (7.3) bis (7.8) verschwinden die Randterme, und es muß also das Integral gleich Null sein. Für beliebiges  $\delta u$  kann es jedoch nur verschwinden, wenn

$$E J_y u'''' + K(z \varphi)'' = 0 \text{ ist.}$$

Damit ist die erste der beiden simultanen Differentialgleichungen gewonnen. Die zweite Differentialgleichung ergibt sich aus der Variation von  $\Delta A$  nach  $\varphi$

$$G J_D \varphi' \delta \varphi \Big|_0^l - K [e(1+n) \varphi(0) - n u(0)] \delta \varphi(0) - \int_0^l [G J_D \varphi'' - K z u''] \delta \varphi dz = 0.$$

Nach derselben Schlußfolgerung wie oben wird

$$G J_D \varphi'' - K z u'' = 0.$$

Die Randbedingungen am freien Ende ( $z = 0$ ) ergeben sich aus der Forderung, daß Gleichgewicht zwischen den inneren und äußeren

Schnittkräften herrschen muß. Dafür müssen noch einige Beziehungen für  $Q_\xi^{(a)}(0)$  und  $M_\eta^{(a)}(0)$  abgeleitet werden. Nach Bild 4 c ist

$$R = K / \cos \psi$$

und

$$Q_\xi^{(a)}(0) = R \cdot \sin [\psi - \varphi(0)] = \frac{K}{\cos \psi} [\sin \psi \cdot \cos \varphi(0) - \cos \psi \cdot \sin \varphi(0)].$$

Setzt man hierin

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{u(0) + b}{c} = \frac{u(0) - e \cdot \sin \varphi(0)}{\sqrt{a^2 - [u(0) - e \cdot \sin \varphi(0)]^2}}$$

ein, und entwickelt den erhaltenen Ausdruck in eine Taylorreihe, die mit den linearen Gliedern abgebrochen wird, so erhält man

$$Q_\xi^{(a)}(0) = K \left[ \frac{n}{e} \cdot u(0) - (1+n) \varphi(0) \right]$$

und

$$M_\eta^{(a)}(0) = e \cdot Q_\xi^{(a)}(0) = K [n \cdot u(0) - e(1+n) \varphi(0)].$$

Mit den letzten Gleichungen, den Gleichungen (2), und  $M_\eta^{(a)}(0) = 0$  wird

$$Q_\xi^{(i)}(0) + Q_\xi^{(a)}(0) = -E J_y u'''(0) + K \left[ \frac{n}{e} \cdot u(0) - (1+n) \varphi(0) \right] = 0,$$

$$M_\eta^{(i)}(0) + M_\eta^{(a)}(0) = E J_y u''(0) = 0,$$

$$M_\xi^{(i)}(0) + M_\xi^{(a)}(0) = -G J_D \varphi'(0) + K [n \cdot u(0) - e(1+n) \varphi(0)] = 0.$$

Aus der Einspannung des Trägers am gelagerten Ende ( $z = l$ ) folgen die Randbedingungen (7.6), (7.7) und (7.8).

Zusammenstellung:

Simultane Differentialgleichungen

$$E J_y u'''' + K(z \varphi)'' = 0$$

$$G J_D \varphi'' - K \cdot z \cdot u'' = 0$$

Randbedingungen

$$E J_y u'''(0) - K \left[ \frac{n}{e} \cdot u(0) - (1+n) \varphi(0) \right] = 0$$

$$u''(0) = 0$$

$$G J_D \varphi'(0) - K [n \cdot u(0) - e(1+n) \varphi(0)] = 0$$

$$\varphi(l) = 0$$

$$u(l) = 0$$

$$u'(l) = 0$$

(7)

3.2 Vereinfachung der Eigenwertaufgabe (7)

Das Gleichungssystem (7) stellt eine Eigenwertaufgabe mit dem Eigenwert  $K$  dar. Sie ist in der vorliegenden Form auf Grund der größeren Anzahl der Randbedingungen und der Tatsache, daß  $\varphi$  und  $u$  in den Differentialgleichungen miteinander gekoppelt sind, noch relativ schwer zu lösen. Eine Vereinfachung des Gleichungssystems (7) auf eine Eigenwertaufgabe, die nur aus einer einfachen Differentialgleichung 2. Ordnung und den zugehörigen beiden Randbedingungen besteht, wird durch die Einführung einer neuen abhängigen Variablen

$$\Phi(\zeta) = \varphi(z) - \frac{n}{e} \cdot u(0) + n \cdot \varphi(0) \dots \dots (8)$$

gewonnen.

Um die einfache Differentialgleichung zu erhalten, wird (7.1) zweimal integriert. Die dabei auftretenden beiden Integrationskonstanten werden mit Hilfe der Randbedingungen (7.3) und (7.4) eliminiert und man erhält

$$E J_y u'' + K z \varphi - K z \left[ \frac{n}{e} \cdot u(0) - n \cdot \varphi(0) \right] = 0.$$

Nach Eliminieren von  $u''$  unter Verwendung von (7.2) wird hieraus

$$\varphi'' + \frac{K^2}{E J_y G J_D} \cdot z^2 \left[ \varphi(z) - \frac{n}{e} \cdot u(0) + n \cdot \varphi(0) \right] = 0,$$

und unter Berücksichtigung von (8),

$$z^2 = \zeta^2 l^2 \text{ und } \varphi'' = \frac{1}{l^2} \cdot \Phi''$$

folgt daraus schließlich

$$\Phi'' + k^2 \cdot \zeta^2 \cdot \Phi = 0.$$



Die Randbedingungen für das freie Ende erhält man durch Einsetzen der Gleichungen

$$\Phi(0) = -\frac{n}{e} \cdot u(0) + (1+n) \varphi(0),$$

$$\Phi'(0) = \varphi'(0) \cdot l,$$

Die man aus (8) erhält, in (7.5) und anschließenden einfachen Umformungen

$$\Phi(0) + K_1 \cdot \Phi(0) = 0.$$

Für die Herleitung der Randbedingung am eingespannten Ende wird (7.2) einmal integriert und die Integrationskonstante unter Verwendung der Gleichungen (7.7) und (7.8) eliminiert.

$$G J_D \varphi' - K z u' + K \cdot u - G J_D \varphi'(l) = 0$$

und für  $z = 0$  weiter

$$G J_D \varphi'(0) + K \cdot u(0) - G J_D \varphi'(l) = 0.$$

Addieren wir hierzu die Gleichung

$$-K \cdot \frac{1+n}{n} \cdot e \cdot \Phi(1) - K(1+n) \cdot u(0) + K(1+n) \cdot e \cdot \varphi(0) = 0, \quad (9)$$

Die man aus (8) erhält, indem man sie mit  $K \cdot (1+n) \cdot \frac{e}{n}$  durchmultipliziert und  $\xi = 1$  einsetzt, und eliminieren  $u(0)$  durch die Randbedingung (7.5), so erhalten wir

$$K \cdot \frac{1+n}{n} \cdot e \cdot \Phi(1) + \frac{G J_D}{l} \Phi(1) = 0.$$

Nach einfachen Umformungen läßt sich diese Randbedingung in die Gestalt von (10.3) bringen.

Zusammenstellung:

Differentialgleichung

$$\Phi'' + K^2 \xi^2 \Phi = 0$$

Randbedingungen

$$\Phi(0) + K_1 \Phi(0) = 0$$

$$\Phi(1) + K_2 \Phi(1) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \Phi'' + K^2 \xi^2 \Phi = 0 \\ \Phi(0) + K_1 \Phi(0) = 0 \\ \Phi(1) + K_2 \Phi(1) = 0 \end{array} \right\} \dots (10)$$

### 3.3 Herleitung der Kippbedingung

Für die Eigenfunktion  $\Phi(\xi)$  wird eine Potenzreihe angesetzt

$$\Phi = \sum_{v=0}^{\infty} a_v \xi^v \dots \dots \dots (11)$$

$$\Phi' = \sum_{v=1}^{\infty} v a_v \xi^{v-1} \dots \dots \dots (12)$$

$$\begin{aligned} \Phi'' &= \sum_{v=2}^{\infty} v(v-1) a_v \xi^{v-2} \\ &= 2 a_2 + 6 a_3 \xi + \sum_{v=0}^{\infty} (v+4)(v+3) a_{v+4} \xi^{v+2} \dots \dots (13) \end{aligned}$$

Zunächst sollen diese Reihen die Differentialgleichung erfüllen. Nach Einsetzen von (11) und (13) in (10.1) erhalten wir

$$2 a_2 + 6 a_3 \xi + \sum_{v=0}^{\infty} [(v+4)(v+3) a_{v+4} + k^2 a_v] \xi^{v+2} = 0.$$

Aus der Forderung, daß die unendliche Reihe für beliebiges  $\xi$  verschwinden muß, folgt, daß sämtliche Koeffizienten der Reihe Null sein müssen

$$a_2 = a_3 = 0$$

$$4 \cdot 3 \cdot a_4 + k^2 a_0 = 0 \dots \dots \dots a_4 = -\frac{k^2}{3 \cdot 4} \cdot a_0$$

$$5 \cdot 4 \cdot a_5 + k^2 a_1 = 0 \dots \dots \dots a_5 = -\frac{k^2}{4 \cdot 5} \cdot a_1$$

$$6 \cdot 5 \cdot a_6 + k^2 a_2 = 0 \dots \dots \dots a_6 = 0$$

$$7 \cdot 6 \cdot a_7 + k^2 a_3 = 0 \dots \dots \dots a_7 = 0$$

$$8 \cdot 7 \cdot a_8 + k^2 a_4 = 0 \dots \dots \dots a_8 = -\frac{k^2}{7 \cdot 8} \cdot a_4 = +\frac{k^4}{3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 8} \cdot a_0$$

$$9 \cdot 8 \cdot a_9 + k^2 a_5 = 0 \dots \dots \dots a_9 = -\frac{k^2}{8 \cdot 9} \cdot a_5 = +\frac{k^4}{4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 9} \cdot a_1$$

usw.,

allgemein  $(v+4)(v+3) a_{v+4} + k^2 a_v = 0.$

Die letzten Zeilen zeigen, daß sich sämtliche Koeffizienten durch  $a_0$  und  $a_1$  ausdrücken lassen. Mit den Definitionen (5) können wir somit (11) in der Form

$$\Phi(\xi) = a_0 g_1(k \xi^2) + a_1 \cdot \xi \cdot g_3(k \xi^2)$$

schreiben. Nach gliedweiser Differentiation, die wegen vorhandener Konvergenz (Konvergenzradius  $= \infty$ ) der Reihen  $g_1$  und  $g_2$  erlaubt ist, erhalten wir

$$\Phi'(\xi) = -a_0 \cdot \frac{k^2}{3} \cdot \xi^3 \cdot g_3(k \xi^2) + a_1 \cdot g_4(k \xi^2).$$

Die letzten beiden Gleichungen in die Randbedingungen (10.2) und (10.3) eingesetzt, ergeben zwei homogene lineare Gleichungen mit den unbekannten Konstanten  $a_0$  und  $a_1$ . Um eine nichttriviale Lösung dieses homogenen Gleichungssystems und damit eine von Null verschiedene Eigenfunktion ( $\Phi \neq 0$ ) zu erhalten, ist es notwendig, daß die Koeffizientendeterminante verschwindet.

$$\begin{vmatrix} K_1 & 1 \\ -\frac{k^2}{3} \cdot g_3(k) + K_2 \cdot g_1(k) & g_4(k) + K_2 \cdot g_2(k) \end{vmatrix} = 0$$

Diese Kippbedingung stellt eine mathematische Abhängigkeit des Eigenwerts  $k$  von den Parametern  $K_1$  und  $K_2$  dar. Sie ist eine Potenzreihe in  $k$  und ein Auflösen der Gleichung nach  $k$  ist daher in elementarer Weise nicht möglich. Zur numerischen Auswertung und graphischen Darstellung (Bild 5) wird deshalb die Kippbedingung für  $K_2$  explizit umgeformt. Damit wird ermöglicht, daß der Wert  $m$  in Abhängigkeit von  $k$  und  $q$  ermittelt werden kann.

$$K_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{k^2 \cdot g_3(k) + 3 \cdot K_1 \cdot g_4(k)}{g_1(k) - K_1 \cdot g_2(k)} \dots (14)$$

Die Berechnung in der Praxis erfolgt jedoch meistens umgekehrt, daß für vorgegebene Querschnittswerte die kritische Spannung  $\sigma_{Ki}$  zu ermitteln ist. Das bedeutet eine Bestimmung von  $k$  für vorgegebene Werte  $m$  und  $q$ . Um auch für diese Aufgabenstellung eine Lösung mit wenig Rechenaufwand aus der Kippbedingung (14) zu erhalten, wird der Weg der Interpolation zwischen den zu den vorgegebenen  $m$  und  $q$  gehörigen benachbarten  $k$ -Werten, soweit sie in der ersten Spalte der Tafel 1 angegeben sind, vorgeschlagen.

Beispiel:  $q = 0,1$   $m = 1,0$  vorgegeben,  $k$  gesucht.

$$k_1 = 2,0 \quad K_1 = 0,1 \cdot 2,0 = 0,2,$$

$$K_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{2,0^2 \cdot 0,8635 + 3 \cdot 0,2 \cdot 0,0964}{0,6898 - 0,2 \cdot 0,8108} = 2,22 \rightarrow$$

$$m_1 = \frac{2,0}{2,22 - 0,2} = 0,99,$$

$$k_2 = 1,5 \rightarrow m_2 = 1,47.$$

Lineare Interpolation:

$$k = 2,0 - \frac{1,0 - 0,99}{1,47 - 0,99} \cdot 0,5 = 1,99.$$

Zum Schätzen der Werte  $k_1$  und  $k_2$  kann Bild 5 gut dienen. Um für die Kurven des Bildes 5 die erforderlichen Punkte zu bekommen, werden zu den in der ersten Spalte der Tafel 1 angegebenen  $k$ -Werten nacheinander  $K_1 = k \cdot q$ ,  $K_2$  aus Gleichung (14) und  $m = \frac{k}{K_2 - K_1}$  bestimmt.

Die Kippbedingung für den Belastungsfall des Bildes 2 c ergibt sich nach Einsetzen von  $a = 0$ ,  $a' = e$  und  $K_2 = K_1 = k \cdot q = \frac{k}{m'}$  in die Gleichung (14). Für  $K_1$  explizit dargestellt lautet sie

$$K_1 = \frac{1}{2 g_2(k)} [g_4(k) - g_1(k) \pm \sqrt{(g_4(k) - g_1(k))^2 - 4 k^2 g_2(k) \cdot g_3(k)}]. \quad (15)$$

In Bild 5 sind 4 Kurven angegeben, die die Abhängigkeit des Kippwertes  $k$  von dem Wert  $m$  für drei verschiedene Parameter  $q$  (Kurven I, II, III; Lastfall Bild 2 a und b) und von dem Wert  $m'$  (Kurve IV; Lastfall Bild 2 c) veranschaulichen. Dabei bedeutet  $q = 0,2$  für einen Träger aus Stahl mit schmalem Rechteckquerschnitt

$$q = 0,2 = \frac{e}{l} \cdot \sqrt{\frac{E J_y}{G J_D}} = \frac{e}{l} \cdot \sqrt{\frac{2100 \cdot 1/12 \cdot h^2 b}{810 \cdot 1/3 \cdot h^3 b}} = 0,05 \cdot \frac{e}{l},$$

$$e \approx 0,25 \cdot l. \quad (16)$$

Die Kurven I, II und III zeigen im ersten Quadranten, daß mit Zunehmen von  $m$  oder mit einem Verkleinern der Stützenlänge  $a$  der  $k$ -Wert abnimmt. Diese Tatsache ist leicht einzusehen, wenn man sich überlegt, daß mit einem Verkleinern von  $a$  die waagerechte Komponente  $H$  der Belastung vergrößert wird, was wiederum eine kleinere Kippstabilität zur Folge hat.



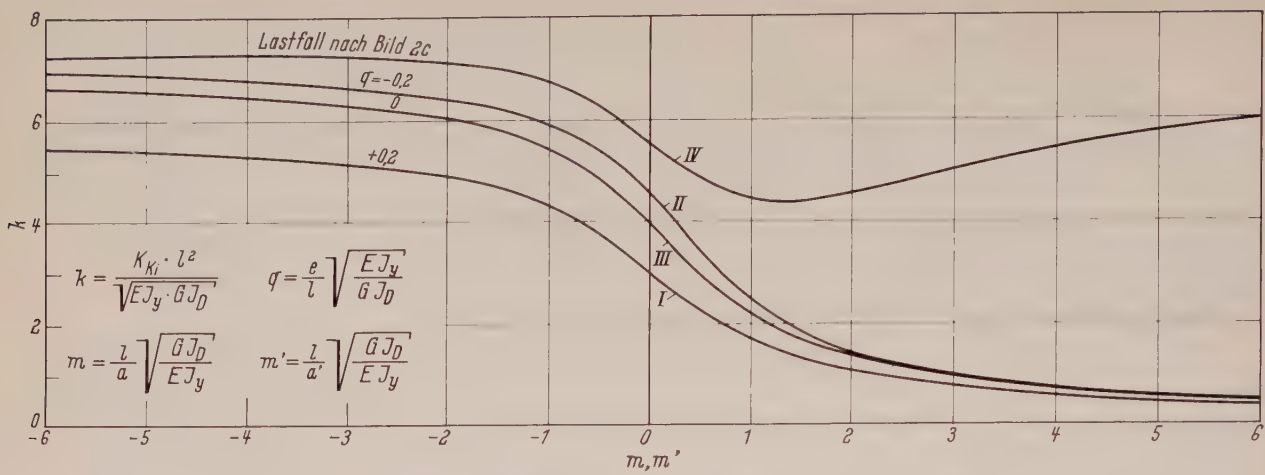


Bild 5. Graphische Darstellung der Abhängigkeiten zwischen dem Kippwert  $k$  und den Parametern  $m$  und  $m'$

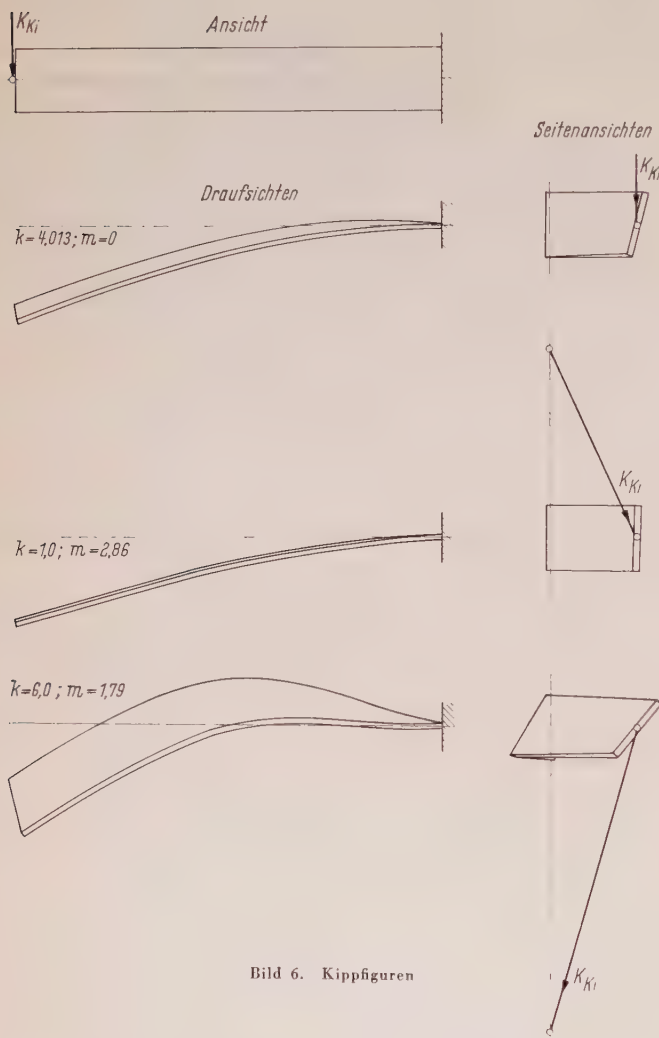


Bild 6. Kippfiguren

Die  $k$ -Werte für  $m = 0$  und  $m' = 0$  stimmen mit denen in [2] und [3] angegebenen  $k$ -Werten der richtungstreuen Belastung überein. Das Ansteigen der Kurven nach links im zweiten Quadranten, der für negative  $a$ , d. h. für an den Träger angehängte Stützen gilt, hat seine Ursache darin, daß hier eine dem Auskippvorgang entgegenwirkende  $H$ -Kraft auftritt, die mit Verkleinerung des Betrags von  $a$  zunimmt.

Wir sehen also, daß im Vergleich zur richtungstreuen Belastung die kritische Kipplast kleiner oder größer ist, je nachdem die Stütze Druck oder Zug erhält. Eine ähnliche Abhängigkeit zwischen

der Knicklast und dem Vorzeichen und der Größe der Pendelstütze  $a$  kann auch beim Knickstab des Eulerfalls I unter nichtrichtungstreuer Belastung (vgl. [1] Bild 85) festgestellt werden. Weiterhin ist bei Vergleich der drei Kurven zu erkennen, daß gegenüber der Kurve  $q = 0$ , die kritische Kipplast für positive  $q$  weit mehr verkleinert wird als sie für das größtmäßig gleiche negative  $q$  ( $q < 0$  bedeutet, daß das Gelenk zwischen Stütze und Träger unterhalb des Querschnitts-Schwerpunkts liegt) erhöht wird.

Die Kurve für den Belastungsfall des Bildes 2 c läßt erkennen, daß durch biegesteifen Anschluß der Stütze an den Träger die Kippstabilität wesentlich erhöht werden kann.

3.4 Kippfiguren für  $k = 1,0$ ,  $k = 4,013$  und  $k = 6,0$  bei  $e = 0$

In der Praxis werden im allgemeinen nur die Größen  $k$  und  $\sigma_{Ki}$  benötigt, die für den Spannungsnachweis und die Bemessung des Trägers erforderlich sind. Es dürfte aber auch eine Untersuchung hinsichtlich der Gestalt des Trägers in seiner ausgekippten Lage von Interesse sein, um auch von der Anschauung her eine Vorstellung über die Kipperscheinung zu erhalten. Hierzu sind in Bild 6 für  $a < 0$ ,  $a = \infty$  (richtungstreue Belastung) und  $a > 0$  drei Kippfiguren eines Trägers mit schmalen Rechteckquerschnitt dargestellt. Die Verschiebungen und Verdrehungen hierfür lauten

$$u = -a_0 \cdot \frac{4 \cdot l}{0,805 \cdot k} \cdot \frac{g_3(k)}{g_8(k)} \cdot \left[ 1 - \frac{\xi [2g_3(k) - g_5(k)] - \xi^3 \cdot g_5(k \xi^2)}{2 \cdot g_3(k)} \right], \tag{17}$$

$$\varphi = a_0 \cdot \left[ 1 - \xi^4 \cdot \frac{g_6(k \xi^2)}{g_8(k)} \right].$$

4. Der Träger auf 2 Stützen mit doppelsymmetrischem wölbfreiem Querschnitt

Der Träger ist in Gabeln gelagert und wird in der Mitte belastet. Da zum Kragträger viele Parallelen hinsichtlich der mathematischen Behandlung des Problems bestehen, werden an den Stellen, wo diese auftreten, die Untersuchungen kürzer gefaßt.

4.1 Herleitung der simultanen Differentialgleichungen und Randbedingungen

Die aus Bild 7 b ersichtlichen Koordinatensysteme werden eingeführt, um für beide Trägerhälften die gleiche Form der Differentialgleichungen zu erhalten.

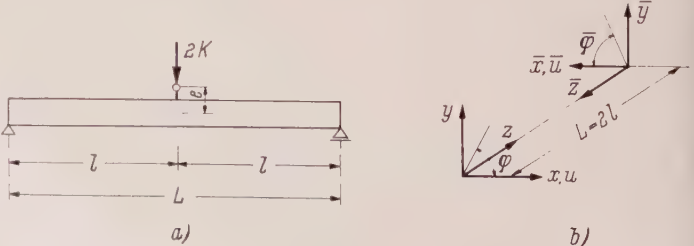


Bild 7. a) Ansicht des Trägers, b) Koordinatensystem



Mit den Definitionen

$$\frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{z}} = \bar{\varphi}', \quad \frac{d\bar{u}}{d\bar{z}} = \bar{u}', \quad \frac{d^2\bar{\varphi}}{d\bar{z}^2} = \bar{\varphi}'' \quad \text{usw.}$$

ergeben sich die Beziehungen

$$\begin{aligned} z = L - \bar{z}, \quad \varphi(z) &= -\bar{\varphi}(L - z), \quad u(z) = -\bar{u}(L - z), \\ \varphi' &= -\bar{\varphi}' = -\frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{z}} = \frac{d\bar{\varphi}}{dz} = \bar{\varphi}', \quad u' = \bar{u}', \quad \varphi'' = -\bar{\varphi}'', \\ u'' &= -\bar{u}'' \text{ usw.} \end{aligned}$$

Weiter soll vereinbart werden, daß  $\varphi(l)$ ,  $u(l)$ ,  $\varphi'(l)$  ... und  $\bar{\varphi}(l)$ ,  $\bar{u}(l)$ ,  $\bar{\varphi}(l)$  ... die Funktionswerte unmittelbar links und rechts neben der Lasteintragungsstelle bedeuten.

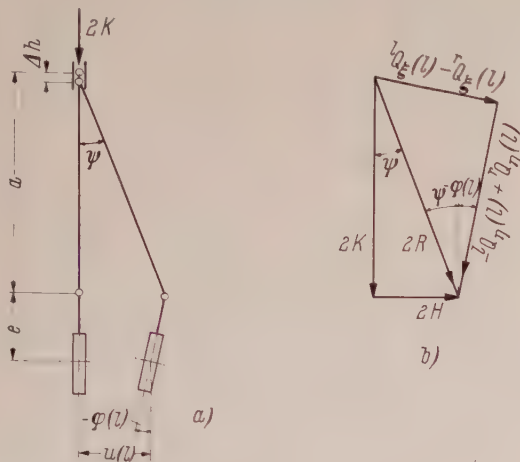


Bild 8 a). Querschnitt in Trägermitte  
b) Kräfteplan

Die energetische Bedingungsgleichung lautet

$$\begin{aligned} \Delta A = & \frac{1}{2} \int_0^l [G J_D \varphi'^2 + E J_y u''^2 - 2 K z \cdot u'' \varphi] dz \\ & - \frac{1}{2} \int_0^l [G J_D \bar{\varphi}'^2 + E J_y \bar{u}''^2 - 2 K \bar{z} \bar{u}'' \bar{\varphi}] d\bar{z} \\ & + K \left[ e(1+n) \varphi^2(l) + \frac{n}{e} \cdot u^2(l) - 2n \cdot u(l) \cdot \varphi(l) \right] = 0. \end{aligned}$$

Aus der Variation von  $\Delta A$  nach  $u$  und  $\varphi$  ergeben sich die Differentialgleichungen (18.1) bis (18.4).

Die Randbedingungen (18.5) bis (18.10) folgen aus den geometrischen Bedingungen der Gabellagerung.

Damit die Kontinuität des Trägers beim Übergang von der linken zur rechten Trägerhälfte gewahrt bleibt, müssen die Übergangsbedingungen (18.11) bis (18.13) erfüllt werden.

Die Gleichgewichtsbedingungen für das Moment  $M_\eta$  am Übergang

$${}^l M_\eta(l) = {}^r M_\eta(l),$$

für die Querkraft  $Q_\xi$

$${}^l Q_\xi^{(i)}(l) - K \cdot l \cdot {}^l q'(l) - 2K \cdot q(l) + 2H = {}^r Q_\xi^{(i)}(l) - K \cdot l \cdot {}^r q'(l)$$

und für das Torsionsmoment  $M_\xi$

$${}^l M_\xi^{(i)}(l) - 2K e q(l) + 2H e = {}^r M_\xi^{(i)}(l)$$

liefern die Randbedingungen (18.14) bis (18.16).

Zusammenfassung:

Simultane Differentialgleichungen

$$\left. \begin{aligned} E J_y u'''' - K(z\varphi)'' &= 0, & E J_y \bar{u}'''' - K(\bar{z}\bar{\varphi})'' &= 0 \\ G J_D \varphi'' + K z u'' &= 0, & G J_D \bar{\varphi}'' + K \bar{z} \bar{u}'' &= 0 \\ \text{Rand- und Übergangsbedingungen} & & & \\ u(0) &= 0, & \bar{u}(0) &= 0 \\ u''(0) &= 0, & \bar{u}''(0) &= 0 \\ \varphi(0) &= 0, & \bar{\varphi}(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} u(l) + \bar{u}(l) &= 0 \\ u'(l) - \bar{u}'(l) &= 0 \\ q(l) + \bar{q}(l) &= 0 \\ u''(l) + \bar{u}''(l) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} E J_y [u'''(l) - \bar{u}'''(l)] + K \frac{n}{e} [u(l) - \bar{u}(l)] - K(1+n) \\ \times [\varphi(l) - \bar{\varphi}(l)] - K \cdot l [\varphi'(l) - \bar{\varphi}'(l)] &= 0 \\ G J_D [q'(l) - \bar{q}'(l)] + K n [u(l) - \bar{u}(l)] - K e(1+n) \\ \times [\varphi(l) - \bar{\varphi}(l)] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

#### 4.2 Vereinfachung der Eigenwertaufgabe (18)

Das Eigenwertproblem (18) ist recht umfangreich und dürfte in vorliegender Form schwierig zu lösen sein. Um es zu vereinfachen, wollen wir folgende Überlegungen anstellen. Betrachten wir das Gleichungssystem (18) unabhängig von seiner geometrischen Bedeutung vom rein mathematischen Standpunkt und setzen  $z = \bar{z} = t$ , so können wir es als eine Eigenwertaufgabe mit den vier abhängigen Variablen  $u, \varphi, \bar{u}$  und  $\bar{\varphi}$  und der einen unabhängigen Veränderlichen  $t$  auffassen und die Rand- und Übergangsbedingungen als reine Randbedingungen der Ränder  $t=0$  und  $t=l$  deuten. An der Richtigkeit der Eigenwertaufgabe ändert sich dadurch nichts. Werden weiterhin die Transformationen

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi(t) - \bar{\varphi}(t) & u_1(t) &= u(t) - \bar{u}(t) \\ \varphi_2(t) &= \varphi(t) + \bar{\varphi}(t) & u_2(t) &= u(t) + \bar{u}(t) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

eingeführt, so kann (18) in zwei Systeme von Differentialgleichungen und zugehörigen Randbedingungen zerlegt werden, die in ihren abhängigen Veränderlichen vollkommen getrennt sind und nur noch den Eigenwert  $K$  und die Parameter gemeinsam haben:

1. System:

$$\left. \begin{aligned} E J_y u_1'''' - K(t\varphi_1)'' &= 0 \\ G J_D \varphi_1'' + K \cdot t \cdot u_1'' &= 0 \\ u_1(0) &= 0 \\ \varphi_1(0) &= 0 \\ u_1'(0) &= 0 \\ u_1''(0) &= 0 \\ E J_y u_1'''(l) + K \frac{n}{e} u_1(l) - K(1+n) \varphi_1(l) - K \cdot l \varphi_1'(l) &= 0 \\ G J_D \varphi_1'(l) + K n u_1(l) - K e(1+n) \varphi_1(l) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

2. System:

$$\left. \begin{aligned} E J_y u_2'''' - K(t\varphi_2)'' &= 0 \\ G J_D \varphi_2'' + K \cdot t \cdot u_2'' &= 0 \\ u_2(0) &= 0 \\ \varphi_2(0) &= 0 \\ u_2'(0) &= 0 \\ u_2''(0) &= 0 \\ \varphi_2(l) &= 0 \\ \varphi_2'(l) &= 0 \\ u_2''(l) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Die Transformationen (19) haben nicht nur die Bedeutung der mathematischen Vereinfachung des Problems, sondern sie beinhalten auch eine geometrische Aussage. Denn wird  $\varphi_2(t)$  und  $u_2(t)$  Null gesetzt, so bedeutet das, daß der Träger symmetrisch auskippt. Für  $\varphi_1(t) \equiv 0, u_1(t) \equiv 0$  ist die Kippfigur antimetrisch.

Um die Eigenwerte für die symmetrische Kippfigur zu erhalten, brauchen wir also nur das Eigenwertproblem (20) zu lösen. Die Eigenwertaufgabe (21) ist mit  $\varphi_2(t) \equiv 0$  und  $u_2(t) \equiv 0$  von selbst erfüllt. Für die antimetrische Kippfigur ist analog das Gleichungssystem (21) zu lösen. Nur wenn beide Gleichungssysteme für von Null verschiedene Eigenfunktionen erfüllt ist, kann eine Kippfigur auftreten, die weder symmetrisch noch antimetrisch ist. In Bild 9 sind das die Schnittpunkte zwischen den Kurven der symmetrischen und antimetrischen Kippfigur.

Wie unter Abschnitt 3.2 werden zur weiteren Vereinfachung neue Variable

$$\begin{aligned} \Phi_1(\xi) &= \varphi_1(t) - \frac{n}{e} \cdot u_1(l) + n \cdot \varphi_1(l), \\ \Phi_2(\xi) &= \varphi_2(t). \end{aligned}$$

eingeführt. Damit werden die Gleichungssysteme (20) und (21) derart vereinfacht, daß nur noch Eigenwertaufgaben zweiter Ord-



nung mit jeweils nur einer abhängigen Veränderlichen zu lösen sind. Die Eigenwertaufgaben lauten

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1'' + k^2 \zeta^2 \Phi_1 &= 0 \\ \Phi_1(0) - K_2 \Phi_1(0) &= 0 \\ \Phi_1(l) - K_1 \Phi_1(l) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi_2'' + k^2 \zeta^2 \Phi_2 &= 0 \\ \Phi_2(0) &= 0 \\ \Phi_2(l) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

#### 4.3 Herleitung der Kippbedingungen

Symmetrische Kippfigur;  $\Phi_1(\zeta) \equiv 0, \Phi_2(\zeta) \equiv 0$ : Die Differentialgleichungen (10.1) und (22.1) sind gleich und die Randbedingungen (10.2) und (10.3) können in (22.2) und (22.3) überführt werden, wenn man in (22)  $K_2$  durch  $-K_1$  und  $K_1$  durch  $-K_2$  ersetzt. Man kann also die Kippbedingung sofort erhalten, indem man in (14) die oben angegebene Vertauschung der Konstanten  $K_1$  und  $K_2$  vornimmt. Nach Auflösen der Gleichung nach  $K_2$  wird

$$K_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{k^2 g_3(k) + 3 \cdot K_1 \cdot g_1(k)}{g_4(k) - K_1 \cdot g_2(k)} \left. \right\} \dots \dots (24)$$

Die rechten Seiten von (14) und (24) können durch Vertauschen von  $g_1(k)$  und  $g_4(k)$  ineinander überführt werden. Die Kippbedingung für den Lastfall des Bildes 2c können wir also durch Vertauschen dieser Funktionen in (15) erhalten

$$K_1 = \frac{1}{2 g_2(k)} \cdot [g_1(k) - g_4(k) \pm \sqrt{[g_1(k) - g_4(k)]^2 - 4 k^2 g_2(k) g_3(k)}] \quad (25)$$

Antimetrische Kippfigur;  $\Phi_1(\zeta) \equiv 0, \Phi_2(\zeta) \equiv 0$ :

Hierfür ergibt sich

$$g_2(k) = 0 \quad k = 5,564.$$

Der Eigenwert ist unabhängig von  $q$  und  $m$ , oder  $e$  und  $a$ . Das muß auch der Fall sein, da mit  $u(l) = 0$  und  $\varphi(l) = 0$  ein Ausweichen der Stütze aus der Senkrechten nicht möglich ist. Damit aber ist die Größe von  $a$  und  $e$  bedeutungslos.

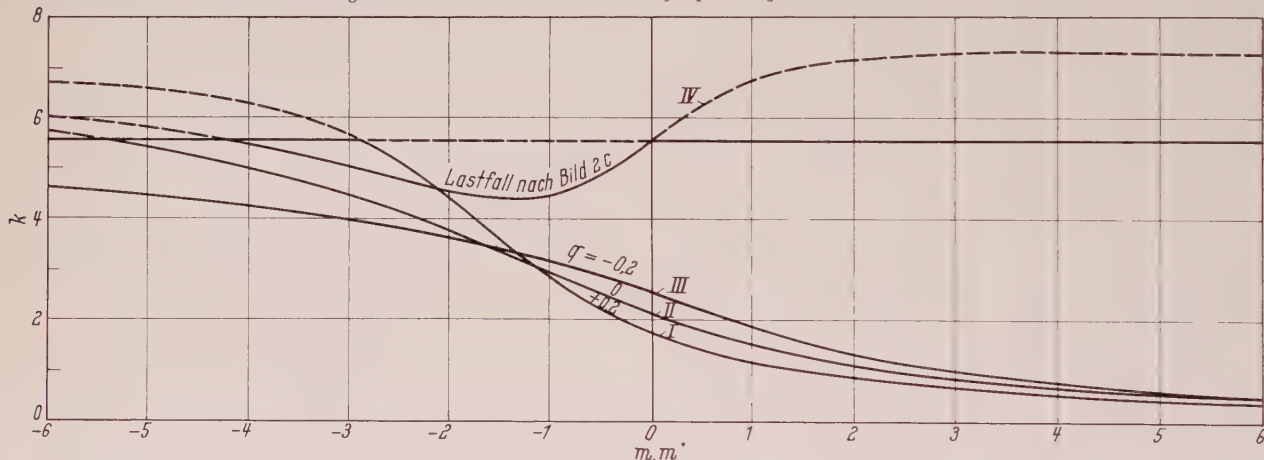


Bild 9. Graphische Darstellung der Abhängigkeiten zwischen dem Kippwert  $k$  und den Parametern  $m$  und  $m'$

In Bild 9 sind analog zum Bild 5 die Kurven der Belastungsfälle nach Bild 2 aufgetragen. Für die antimetrische Kippfigur gilt für alle drei Lastfälle die Gerade  $k = 5,564$ . Von den beiden Möglichkeiten des Auskippens (symmetrische oder antimetrische Kippfigur) ist der kleinere  $k$ -Wert (vollausgezogene Kurve) maßgebend.

Die Kurven der symmetrischen Kippfigur zeigen folgendes. Im ersten Quadranten ist der Verlauf der Kurven für die Lastfälle des Bildes 2a und b ähnlich denen des Kragträgers nach Bild 5. Im zweiten Quadranten treten jedoch im Gegensatz zum Kragträger Überschneidungen der Kurven auf.

Die Kurve des Belastungsfalles nach Bild 2c ist mit der entsprechenden des Kragträgers spiegelbildlich mit der  $k$ -Achse als Spiegelachse.

#### 5. Der Kragträger mit doppelsymmetrischem I-Querschnitt

##### 5.1 Aufstellung der Eigenwertaufgabe

Bei Berücksichtigung der Wölbsteifigkeit darf nach Gleichung (2.1) der erste Summand nicht mehr vernachlässigt werden. Das führt auf simultane Differentialgleichungen und Randbedingungen, die sich von den entsprechenden des Gleichungssystem (7) nur da-

durch unterscheiden, daß an Stelle von  $GJ_D \varphi' \text{ jetzt } -EC_M \varphi''' + GJ_D \varphi'$  steht.

Wegen der höheren Ordnung der zweiten Differentialgleichung werden gegenüber (7) noch zwei Randbedingungen erforderlich, die aus den Aussagen über die Wölbbehinderung an den Rändern gewonnen werden. Am eingespannten Ende können keine Verwölbungen auftreten und es ist daher

$$\varphi'(l) = 0.$$

Am freien Ende ist wegen der Wölbfreiheit

$$\varphi''(0) = 0.$$

Nach denselben Schritten wie unter Abschnitt 3.2 wird mittels der Substitution (8) das den Gleichungen (10) entsprechende Eigenwertproblem abgeleitet.

Differentialgleichung:

$$-\chi \Phi'''' + \Phi'' + k^2 \zeta^2 \Phi = 0$$

Randbedingungen:

$$\left. \begin{aligned} \Phi''(0) &= 0 \\ -\chi \Phi'''(0) + \Phi'(0) + K_1 \Phi(0) &= 0 \\ \Phi'(1) &= 0 \\ -\chi \Phi'''(1) + K_2 \Phi(1) &= 0 \end{aligned} \right\} (26)$$

#### 5.2 Lösung der Eigenwertaufgabe (26) mit Hilfe des Potenzreihenansatzes

Wie unter Abschnitt 3.3 wird die Eigenfunktion in Form einer Potenzreihe angesetzt. Von einer Untersuchung nach den auf dem Minimalprinzip beruhenden Näherungsverfahren von Rayleigh, Kamke usw. wurde abgesehen, da die Selbstadjungiertheit und Volldefinitheit nur für gewisse Bereiche von  $K_1, K_2$  und  $\chi$ , oder  $m, n$  und  $\chi$  mit Sicherheit nachgewiesen werden können<sup>1)</sup>.

Der Potenzreihenansatz (11) soll zunächst die Differentialgleichung erfüllen. Beachtet man, daß wegen (26.2)  $a_2 = 0$  und weiterhin wegen (26.1)  $a_4 = 0$ , so lassen sich sämtliche Koeffizienten durch  $a_0, a_1$  und  $a_3$  ausdrücken.

Die rechnerische Auswertung der noch abzuleitenden Kippbedingung zur Aufstellung von Kurventafeln ist gegenüber der des Kragträgers mit wölbfreiem Querschnitt wesentlich umfangreicher. Das ist darin begründet, daß die unendlichen Reihen nicht nur von  $k$  sondern auch von  $\chi$  abhängen, daß wegen eines weiteren Parameters  $\chi$  die Anzahl von Parameterkombinationen vergrößert wird und daß die Kippdeterminante 3. Grades ist.

Eine Auswertung von Hand oder mit Tischrechenmaschinen ist zeitraubend. Die Kippbedingung wird deshalb auf eine solche Form gebracht, die für eine Berechnung mit Hilfe elektronischer Rechenmaschinen geeignet ist.

Zuvor werden noch folgende Matrizen definiert.

$$\left. \begin{aligned} a_g &= \begin{bmatrix} a_0 \\ a_3 \\ a_6 \\ a_9 \\ a_{10} \\ \vdots \end{bmatrix} & a_u &= \begin{bmatrix} a_1 \\ a_3 \\ a_5 \\ a_7 \\ \vdots \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} (27)$$

<sup>1)</sup> Wegen der Näherungsverfahren von Rayleigh usw. vgl. [4].



$$\bar{\mathfrak{z}}_g(\zeta) = \begin{bmatrix} 1 \\ \zeta^6 \\ \zeta^8 \\ \zeta^{10} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \bar{\mathfrak{z}}_u(\zeta) = \begin{bmatrix} \zeta \\ \zeta^3 \\ \zeta^5 \\ \zeta^7 \\ \zeta^9 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \bar{\mathfrak{z}}_g'(\zeta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 6\zeta^5 \\ 8\zeta^7 \\ 10\zeta^9 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{usw.}$$

$$\mathfrak{b}_0 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathfrak{b}_1 \quad \mathfrak{b}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$$\mathfrak{A}_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ k^2 & -3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \chi & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 5 \cdot 6 & -5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \chi & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 7 \cdot 8 & -7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot \chi & 0 & 0 & \dots \\ 0 & k^2 & 0 & 9 \cdot 10 & -9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot \chi & 0 & \dots \\ 0 & 0 & k^2 & 0 & 11 \cdot 12 & -11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot \chi & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$
$$\mathfrak{A}_u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 2 \cdot 3 & -2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \chi & 0 & 0 & 0 & \dots \\ k^2 & 0 & 4 \cdot 5 & -4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \chi & 0 & 0 & \dots \\ 0 & k^2 & 0 & 6 \cdot 7 & -6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot \chi & 0 & \dots \\ 0 & 0 & k^2 & 0 & 8 \cdot 9 & -8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot \chi & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Die Ordnung dieser Matrizen ist je nach gewünschter Rechengenauigkeit zu wählen.

Mit den eingeführten Bezeichnungen kann der Potenzreihenansatz folgendermaßen geschrieben werden

$$\Phi(\zeta) = \bar{a}_g \cdot \bar{\mathfrak{z}}_g + \bar{a}_u \cdot \bar{\mathfrak{z}}_u = \bar{\mathfrak{z}}_g \cdot \bar{a}_g + \bar{\mathfrak{z}}_u \cdot \bar{a}_u \quad \dots (28)$$

Dabei werden die transportierten (gestürzten) Matrizen mit einem Querstrich gekennzeichnet.

Nach Einsetzen des Potenzreihenansatzes (11) in die Differentialgleichung ergibt sich aus dem Koeffizientenvergleich das Gleichungssystem

$$\left. \begin{aligned} 2 \cdot 3 \cdot a_3 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \chi a_5 &= 0 \\ k^2 a_0 + 3 \cdot 4 \cdot a_4 - 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \chi a_6 &= 0 \\ k^2 a_1 + 4 \cdot 5 \cdot a_5 - 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \chi a_7 &= 0 \\ k^2 a_2 + 5 \cdot 6 \cdot a_6 - 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \chi a_8 &= 0 \\ \vdots & \end{aligned} \right\} \dots (29)$$

Mit den Beziehungen (27) können wir (29) vereinfacht schreiben

$$\mathfrak{A}_u \cdot \bar{a}_u + \mathfrak{b}_1 a_1 + \mathfrak{b}_3 a_3 = 0$$
$$\mathfrak{A}_g \cdot \bar{a}_g + \mathfrak{b}_0 a_0 = 0$$

Daraus weiter

$$\left. \begin{aligned} \bar{a}_u &= -\mathfrak{c}_2 a_1 - \mathfrak{c}_3 a_3, \\ \bar{a}_g &= -\mathfrak{c}_1 a_0, \end{aligned} \right\} \dots (30)$$

wobei die  $\mathfrak{c}$ -Vektoren aus den Gleichungen

$$\mathfrak{A}_g \cdot \mathfrak{c}_1 = \mathfrak{b}_0, \quad \mathfrak{A}_u \cdot \mathfrak{c}_2 = \mathfrak{b}_1 \quad \text{und} \quad \mathfrak{A}_u \cdot \mathfrak{c}_3 = \mathfrak{b}_3 \quad \dots (31)$$

zu bestimmen sind.

Die Gleichungen (30) in (28) eingesetzt, ergibt

$$\Phi(\zeta) = -\bar{\mathfrak{z}}_g \cdot \mathfrak{c}_1 a_0 - \bar{\mathfrak{z}}_u \cdot \mathfrak{c}_2 a_1 - \bar{\mathfrak{z}}_u \cdot \mathfrak{c}_3 a_3 \quad \dots (32)$$

Diesen Ansatz der Eigenfunktion in die Randbedingungen von (26) eingesetzt, führt auf die Kippdeterminante

$$|\mathfrak{R}| = \begin{vmatrix} \bar{\mathfrak{z}}_g'(1) \cdot \mathfrak{c}_1 & \bar{\mathfrak{z}}_u'(1) \cdot \mathfrak{c}_2 & \bar{\mathfrak{z}}_u'(1) \cdot \mathfrak{c}_3 \\ (-\chi \bar{\mathfrak{z}}_g'''(1) + K_2 \bar{\mathfrak{z}}_g'(1)) \cdot \mathfrak{c}_1 & (-\chi \bar{\mathfrak{z}}_u'''(1) + K_2 \bar{\mathfrak{z}}_u'(1)) \cdot \mathfrak{c}_2 & (-\chi \bar{\mathfrak{z}}_u'''(1) + K_2 \bar{\mathfrak{z}}_u'(1)) \cdot \mathfrak{c}_3 \\ (-\chi \bar{\mathfrak{z}}_g'''(0) + \bar{\mathfrak{z}}_g'(0) + K_1 \bar{\mathfrak{z}}_g(0)) \cdot \mathfrak{c}_1 & (-\chi \bar{\mathfrak{z}}_u'''(0) + \bar{\mathfrak{z}}_u'(0) + K_1 \bar{\mathfrak{z}}_u(0)) \cdot \mathfrak{c}_2 & (-\chi \bar{\mathfrak{z}}_u'''(0) + \bar{\mathfrak{z}}_u'(0) + K_1 \bar{\mathfrak{z}}_u(0)) \cdot \mathfrak{c}_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (33)$$

Die Kippbedingung kann in einen der Bedingung (14) analogen Ausdruck umgeformt werden

$$K_2 = \frac{G_3(k, \chi) + K_1 \cdot G_4(k, \chi)}{G_1(k, \chi) + K_1 \cdot G_2(k, \chi)} \quad \dots (34)$$

Um die  $G_i(k, \chi)$  einfach darzustellen, wird festgesetzt:

$$\mathfrak{d}_1 = \bar{\mathfrak{z}}_g(1), \quad \mathfrak{d}_2 = \bar{\mathfrak{z}}_g'(1),$$
$$\mathfrak{d}_3 = \bar{\mathfrak{z}}_g'''(1), \quad \mathfrak{d}_4 = \bar{\mathfrak{z}}_g(0)$$
$$\mathfrak{f}_1 = \bar{\mathfrak{z}}_u(1), \quad \mathfrak{f}_2 = \bar{\mathfrak{z}}_u'(1),$$
$$\mathfrak{f}_3 = \bar{\mathfrak{z}}_u'''(1), \quad \mathfrak{f}_4 = \bar{\mathfrak{z}}_u'(0), \quad \mathfrak{f}_5 = \bar{\mathfrak{z}}_u'''(0)$$
$$\mathfrak{d}_{ik} = \bar{\mathfrak{d}}_i \mathfrak{c}_k \quad \mathfrak{f}_{ik} = \bar{\mathfrak{f}}_i \mathfrak{c}_k$$

(27) Damit erhält man

$$G_1(k, \chi) = \begin{vmatrix} \mathfrak{d}_{21} & \mathfrak{f}_{22} & \mathfrak{f}_{23} \\ \mathfrak{d}_{11} & \mathfrak{f}_{12} & \mathfrak{f}_{13} \\ 0 & -\chi \mathfrak{f}_{52} + \mathfrak{f}_{42} & -\chi \mathfrak{f}_{53} + \mathfrak{f}_{43} \end{vmatrix}$$
$$G_2(k, \chi) = \begin{vmatrix} \mathfrak{d}_{21} & \mathfrak{f}_{22} & \mathfrak{f}_{23} \\ \mathfrak{d}_{11} & \mathfrak{f}_{12} & \mathfrak{f}_{13} \\ \mathfrak{d}_{41} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$
$$G_3(k, \chi) = \begin{vmatrix} \mathfrak{d}_{21} & \mathfrak{f}_{22} & \mathfrak{f}_{23} \\ \chi \mathfrak{d}_{31} & \chi \mathfrak{f}_{32} & \chi \mathfrak{f}_{33} \\ 0 & -\chi \mathfrak{f}_{52} + \mathfrak{f}_{42} & -\chi \mathfrak{f}_{53} + \mathfrak{f}_{43} \end{vmatrix}$$
$$G_4(k, \chi) = \begin{vmatrix} \mathfrak{d}_{21} & \mathfrak{f}_{22} & \mathfrak{f}_{23} \\ \chi \mathfrak{d}_{31} & \chi \mathfrak{f}_{32} & \chi \mathfrak{f}_{33} \\ \mathfrak{d}_{41} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Das Strukturdiagramm ist in Bild 10 dargestellt. Die Symbole haben die gleiche Bedeutung wie in [5].

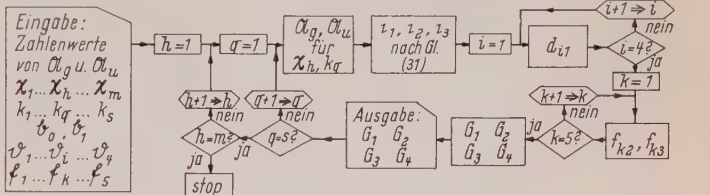


Bild 10. Strukturdiagramm

### 6. Der Träger auf 2 Stützen mit doppelt-symmetrischem I-Querschnitt

Analog zu den Ergebnissen des Abschnittes 4 sind die Eigenfunktionen  $\varphi$  und  $u$  entweder symmetrisch oder antimetrisch. Die Eigenwertaufgabe der symmetrischen Kippfigur ergibt sich aus der des Kragträgers (26) durch Vertauschen von  $K_1$  durch  $-K_2$  und von  $K_2$  durch  $-K_1$ . Bei der antimetrischen Kippfigur sind wegen der freien Verwölbung der Randquerschnitte zu den Randbedingungen von (23) noch  $\Phi_2''(0) = \Phi_2'(1) = 0$  hinzuzufügen.

Symmetrische Kippfigur:

$$\text{Differentialgleichung} \quad -\chi_1 \Phi_1'''' + \Phi_1'' + k^2 \zeta^2 \Phi_1 = 0$$
$$\text{Randbedingungen} \quad \left. \begin{aligned} \Phi_1''(0) &= 0 \\ -\chi_1 \Phi_1''(0) + \Phi_1'(0) - K_2 \Phi_1(0) &= 0 \\ \Phi_1'(1) &= 0 \\ -\chi \Phi_1''(1) - K_1 \Phi_1(1) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (35)$$

Kippbedingung

$$K_2 = \frac{G_3(k, \chi_1) + K_1 G_1(k, \chi_1)}{G_4(k, \chi_1) + K_1 G_2(k, \chi_1)} \quad \dots (36)$$

Antimetrische Kippfigur:

Differentialgleichung

$$-\chi_1 \Phi_2'''' + \Phi_2'' + k^2 \zeta^2 \Phi_2 = 0,$$

Randbedingungen

$$\Phi_2''(0) = 0 \qquad \Phi_2(0) = 0$$

$$\Phi_2''(1) = 0 \qquad \Phi_2(1) = 0,$$

.. (37)

Kippbedingung

$$G_5(k, \chi_1) = \begin{vmatrix} \bar{\Phi}_u(1) \cdot \epsilon_2 & \bar{\Phi}_u(1) \cdot \epsilon_3 \\ \bar{\Phi}_u''(1) \cdot \epsilon_2 & \bar{\Phi}_u''(1) \cdot \epsilon_3 \end{vmatrix} = 0. \quad \text{.. (38)}$$

Mit Kenntnis der Größen  $G_1$  bis  $G_4$  kann die Kippbedingung (36) ausgewertet werden.

Das antimetrische Auskippen liefert im allgemeinen größere Kippzahlen  $k$  und ist deshalb für die Baupraxis nicht von Bedeutung. Ein Programm zur Auswertung von (38) wurde deshalb nicht angegeben, obwohl es keine Schwierigkeiten bereitet, ein Unterprogramm zur Bestimmung von  $k$  für vorgegebene  $\chi_1$  in das Programm von Bild 10 einzubauen.

Schrifttum

[1] Bürgermeister/Steup: Stabilitätstheorie Teil I, Akademie-Verlag Berlin 1957.  
[2] Chwalla: Die Kipp-Stabilität gerader Träger mit doppelt-symmetrischem I-Querschnitt, Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaus, Heft 2, 1939.  
[3] Meißner, F.: Beiträge zum Kipp-Problem gerader Träger mit konstantem Querschnitt, Diss. d. Deutschen T. H. Brünn 1944.  
[4] Collatz: Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen, Leipzig 1949.  
[5] Klöppel/Scheer: Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1960.

Verschiedenes

Eine neuartige Ausstellungshalle mit Rohrfachwerkbindern<sup>1)</sup>

Die österreichische Stahlindustrie erhielt im Jahre 1960 im Zentrum des Grazer Messegeländes eine neue Ausstellungshalle, die in ihrer Gestaltung und technischen Ausführung durch besondere Leichtigkeit und Transparenz auffällt (Bild 1 und 2). In Zusammenarbeit von Architekt und Stahlbauer ist hier ein Bauwerk entstanden, das eine Reihe neuartiger Lösungen hinsichtlich Systemwahl, Wandausbildung, Dacheindeckung und Montage aufweist.

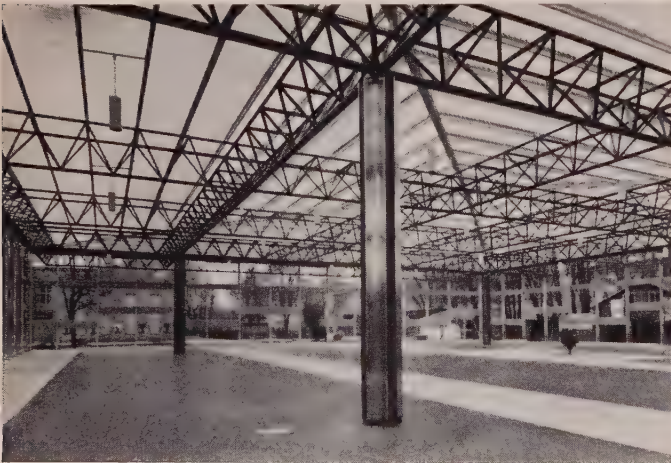


Bild 1. Ansicht der Messehalle von innen

<sup>1)</sup> Beer, H.: Eine neuartige Ausstellungshalle mit Rohrfachwerkbindern. Schweizerische Bauzeitung 78 (1960), 39, S. 621/625.

Der gegebene quadratische Grundriß von  $43 \times 43 \text{ m}^2$  bot die Gelegenheit, ein Hallensystem mit vierfacher Symmetrie zu wählen, die konsequent — auch in der Wandteilung, Stützenstellung und Dacheindeckung — ausgenützt wurde (Bild 3). Die architektonische Forderung besonderer Leichtigkeit der Außenwände führte dazu, die tragenden Stützen im Halleninnern anzuordnen; um die Teilung der Ausstellungskojen trotzdem möglichst wenig zu behindern, wurde die gesamte Dachkonstruktion nur auf vier in den Fundamenten eingespannten, freistehenden Stützen gelagert, die von den Außenwänden um 9,20 m zurückgesetzt sind. Das Bindersystem ist ein quadratischer Rost, der aus je sechs sich kreuzenden, dreigurtigen Rohrfachwerkbindern besteht. Aus konstruktiven und ästhetischen Gründen war es vorteilhaft, die aus zwei Ober- und einem Untergurt gebildeten Fachwerkbinder gerade und mit konstanter Systemhöhe auszuführen und die Neigung der vier geeigneten Dachwalme durch Aufstellung der Pfetten — mittels lotrechter Rohre in den Binderknoten — herzustellen.

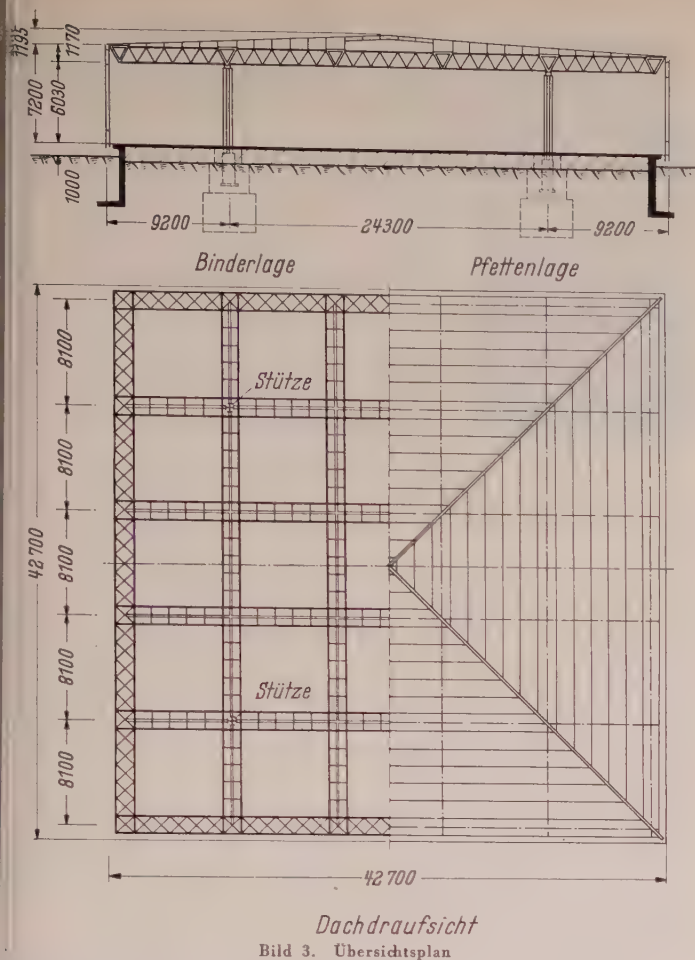
Nur die Randbinder des Rostes erhielten einen horizontalen Verband zwischen den Obergurten und waren so in der Lage, sowohl die Windkräfte aufzunehmen und abzuleiten, als auch die an der Dachkonstruktion aufgehängten und an ihrem unteren Ende lotrecht frei verschieblichen Außenwände zu tragen. Diese Lösung ermöglichte eine besonders schlanke Dimensionierung der Wandspinnen und deren zwanglose Bewegung bei Sonnenbestrahlung oder Schneelast. Die vollverglasten Außenfronten sind nur zur Belebung der Ansicht durch versetzt angeordnete Hohlbander unterbrochen (siehe Bild 2).

Die Berechnung dieses an sich hochgradig statisch unbestimmten Systems erfolgte vereinfachend unter Vernachlässigung der Torsionssteifheit der Innenbinder, da diese keinen oberen Verband besitzen und daher nicht imstande sind, nennenswerte Torsions-



Bild 2. Außenansicht der Halle





Dachdraufsicht  
Bild 3. Übersichtsplan

momente zu übertragen. Weiters ergab sich eine starke Reduktion der Unbekanntenzahl vor allem durch Ausnützung der vierfachen Symmetrie des Systems und entsprechende Umordnung und Idealisierung der Belastung, so daß jede Teillast jeweils nur am Achtel des Binderrostes betrachtet zu werden brauchte.

Das Fehlen des oberen Verbandes bei den Innenbindern warf allerdings die Frage der Seitenstabilität der gedrückten Obergurte auf. Dieses Problem wurde daher besonders eingehend untersucht, wobei z. T. die Aufständigung der Pfetten als seitliche Knickhaltung in Rechnung gestellt wurde.

Zur Konstruktion dieser Halle verdient erwähnt zu werden, daß sämtliche Verbindungen sowohl der Werkstatt als auch der Baustelle geschweißt wurden, wobei durchwegs der Gütefaktor 1,0 erreicht werden konnte. Die Ausbildung der Rohrknotten und Rohrkreuzungen erfolgte ohne Knotenbleche; vorangegangene Versuche zeigten einwandfreie Ergebnisse an solchen mit Kehlnähten (ohne Innenlaschen) verschweißten Rohrkreuzungen. Die Bindergurte erhielten durchgehend gleichbleibenden Außendurchmesser; die durch Veränderung der Stabkräfte bedingte Abstufung der Rohrwanddicken wurde nach innen gelegt. Die konstruktiv interessante Lösung dieser Stoßverbindung ist in Bild 4 gezeigt.

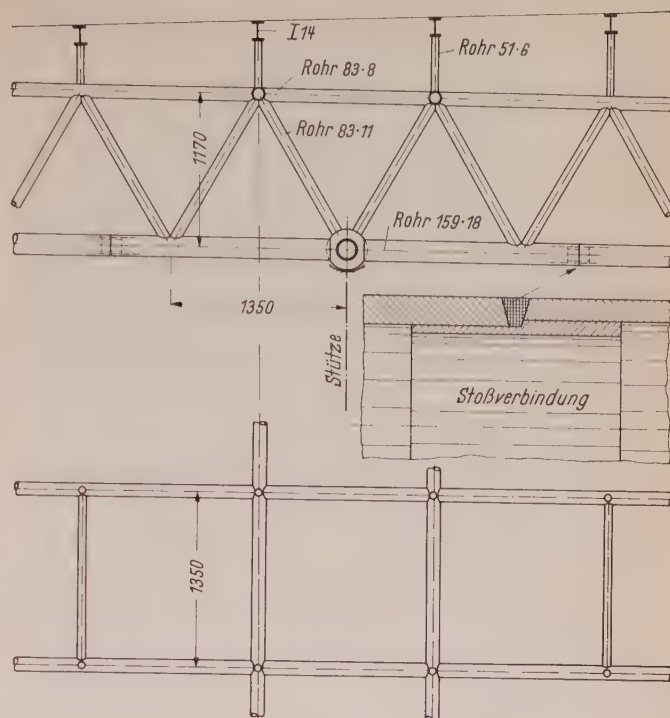


Bild 4. Binderdetail mit Gurtsstoß

Die Auflagerpunkte des Binderrostes auf den Stützen sind als Stahlvollkugeln mit 280 mm Durchmesser ausgebildet, die in Pfannen ruhen und zur Aufnahme des Windauftriebes am Stützenkopf verankert sind.

Die aus Rohren mit vorgesetzten schlanken T-Profilen hergestellten Außenwandspinnen sind über die Abkantraufinne, die zugleich den oberen Wandabschluß darstellt, an den Randbinder angehängt. Die Rohrprofile dieser Sprossen dienen gleichzeitig der Abfuhr des Regenwassers. Für die waagerechten Hohlbänder der Außenwand wurden farbig emaillierte Stahlbleche verwendet.

Besondere Erwähnung verdient auch die Dacheindeckung dieser Halle, bei der in neuartiger Weise transparentes, abgekantetes Scobalit nach dem Prinzip der bekannten Furaldachdeckung auf Zahnleisten aufgerollt wurde, so daß jede Durchbohrung der Dachhaut vermieden und auf jegliche Klemmschraubung verzichtet werden konnte. Trotz des sehr geringen Dachgefälles von 5‰ erwies sich die Abdichtung des Daches bisher als einwandfrei.

Die Montage der Halle erfolgte derart, daß die gesamte Dachkonstruktion — einschließlich Gratsparren und Pfetten — auf der Fußbodenplattform der Halle fix und fertig zusammengeschweißt, an den vier Lagerpunkten hochgehoben und auf die dann aufgestellten und in den Fundamenten verankerten Stützen abgesetzt wurde. Genaue Schrumpfvorgaben gestatteten die für einen solchen Montagevorgang erforderliche Maßhaltigkeit.

Mit dieser Halle ist ein Bauwerk in Stahl entstanden, das zwar keine hohe Tonnanzahl besitzt, wegen seiner Planung und Ausführung aber Beachtung verdient.

Dr. F. Resinger, Graz

### Eignung nickelhaltiger Werkstoffe für Druckwasserreaktoren

In einer Druckwasser-Kernkraftanlage ist der Dampferzeuger zwischen Primär- und Sekundärkreis geschaltet. Das Rohrsystem in dem Dampferzeuger steht unter einer ungewöhnlichen Beanspruchung, da es dem Primär- und dem Sekundärwasser ausgesetzt ist. Ein Konstruktionswerkstoff für diesen Verwendungszweck muß deshalb nach seiner Beständigkeit gegenüber beiden Angriffsmitteln ausgewählt werden. In einer neuen Arbeit [1] sollte das Verhalten verschiedener Metalle auf der Sekundärseite von Modellkesseln ermittelt werden, die einem echten Kessel in einer Druckwasser-Kernkraftanlage nachgebildet worden waren.

In einem gesonderten, parallellaufenden Versuchsprogramm wurden die Werkstoffe nach ihrer grundsätzlichen Beständigkeit gegen Chloridspannungskorrosion ausgesucht. Diese Versuche wurden mit U-Biegeproben durchgeführt. Hierbei erwiesen sich Kohlenstoff-Stähle mit oder ohne Chrom-Zusätze, Croley 16-1, Inconel, Monel und handelsübliches Nickel im Vergleich zu rostfreien 18/8-Chrom-Nickel-Niob-Stahl Typ 347 als unanfällig gegen Chlorid-

spannungskorrosion. Diese Werkstoffe wurden daraufhin für die Versuche in den Kesselmodellen ausgesucht [1].

Als Proben dienten 15 Modelle von Wärmeaustauschern von ungefähr 45 cm Höhe und 15 cm  $\phi$ . Jeder dieser Apparate bestand aus folgenden Teilen: einer Haube für das Primärwasser, einem horizontalen Rohrboden als Halterung für sechs Haarnadelrohre mit Rohrstützscheiben und einer zum Sekundärkreis gehörigen Außenwand. Die Versuche wurden mit jeweils drei Apparaten aus Inconel, Monel, Nickel und Croley 2 1/4 durchgeführt. Croley 16-1 wurde nur in einem Apparat verwandt. Die beiden übrigen Apparate, von denen einer einen Rohrboden aus Kohlenstoff-Stahl enthielt, bestanden aus rostfreiem Stahl Typ 347.

Die Rohre aus Stahl Typ 347 waren 35 Sekunden bei 1010°C geglüht worden. Alle anderen Rohre waren ohne Wärmebehandlung in die Apparate eingebaut worden. Die Apparate aus Croley 2 1/4 und Croley 16-1 waren in Schutzgas spannungsfrei geglüht worden.



Das Sekundärwasser war im Dauerbetrieb nach Einstellung stationärer Verhältnisse durch folgende Nominalwerte gekennzeichnet.

pH	$10,9 \pm 0,3$ (eingestellt mit Natronlauge),
Cl <sup>-</sup>	$0,05 \pm 0,005$ % (durch Zusatz von künstlichem Meerwasser),
PO <sub>4</sub> <sup>---</sup>	$0,025 \pm 0,005$ % (Na <sub>2</sub> PO <sub>4</sub> ),
gelöster O <sub>2</sub>	$0,00002 - 0,00005$ % (durch Belüftung),
Temperatur	250 — 255° C,
Druck	600 psig (600 psig = 0,42 atü).

Nach 48, 192 und 336 Stunden Betriebsdauer wurden die Wärmeaustauscher 8 Stunden lang trockengesetzt. Währenddessen wurde das Sekundärsystem mit feuchtigkeitsgesättigter Luft gereinigt. Nach 96-, 240- und 424stündiger Betriebsdauer wurden 60 bis 90 % der Wärmeübertragungsfläche der Haarnadelrohre 1 Stunde lang der Dampfphase ausgesetzt. Nach 144, 288 und 472 Stunden Betriebsdauer wurden die Wärmeaustauscher 8 Stunden lang naß betrieben. Während dieser Zeit wurde das Sekundärsystem vollständig mit aufbereitetem Kesselwasser gefüllt.

Am Schluß der 500stündigen Versuchsdauer wurden die Modellkessel metallographisch untersucht, um Art und Ausmaß der abgetragenen und der Lochfraßkorrosion sowie die Anfälligkeit gegen Spannungsrißkorrosionen festzustellen.

In dem Röhrensystem aus rostfreiem Stahl sind an allen Verbindungsstellen von Rohrboden und Rohren in den Spalten Risse aufgetreten. In dem Apparat aus rostfreiem Stahl mit dem Rohrboden aus Kohlenstoff-Stahl haben sich nur in zwei Verbindungsstellen von Rohrboden und Rohren Risse gebildet. Diese Ergebnisse werden zusammen mit Fragen der Lochfraßkorrosion und zusammen mit Fragen der Metallographie und der Lage der gegen Spannungs-korrosion anfälligsten Rohrzonon von Howels, McNary und White [1] diskutiert.

Als wesentlich wird angesehen, daß an Inconel, Monel, Nickel, Croley 16-1 oder Croley 2 1/4 während desselben 500stündigen Wechselbetriebes keine Rißbildung aufgetreten ist. Die Ergebnisse werden als Anzeichen dafür gewertet, daß diese Werkstoffe zumindest hinsichtlich ihrer Beständigkeit gegen Chloridspannungskorrosion zur Verwendung in Dampferzeugern geeignet sind.

Da nur am rostfreien Stahl Typ 347 Rißbildung festgestellt worden war, diene als Hauptvergleichsmerkmal der Werkstoffe ihre Beständigkeit gegen abtragende und Lochfraßkorrosion. Die beste Korrosionsbeständigkeit zeigten Nickel und die Legierungen mit hohem Nickel-Gehalt, Monel und Inconel. Nur in bestimmten Fällen bekamen sie eine dunkle Oberfläche und sehr kleine Löcher an den Spaltöffnungen. In der Reihenfolge der Korrosionsbeständigkeit folgt danach Croley 16-1, das an den Rohrkrümmungen Löcher bis zu 5 mm Tiefe aufwies. Möglicherweise erhöht die plastische Verformung in den gebogenen Zonen trotz des zuvor durchgeführten entspannenden Glühens die Lochfraßanfälligkeit des Werkstoffes. Das Ausmaß der abgetragenen oder abtragenden Korrosion von Croley 16-1 bestätigt, daß eine Korrosionsbeständigkeit, wie von vornherein vermutet wurde, geringer ist als diejenige des rostfreien Stahles oder der Legierungen mit hohem Nickel-Gehalt. Trotzdem wird es als aussichtsreicher Röhrenwerkstoff für Dampferzeuger angesehen. Niedriglegierte Chrom-Stähle, wie Croley 2 1/4, gelten für diese Anwendungsart als anfällig gegen Lochfraß.

H. A n d e r s, Ludwigshafen

Bearbeitet nach:

- [1] E. H o w e l s, T. A. M c N a r y und D. E. W h i t e: Boiler Model Tests on Materials for Steam Generators in Pressurized Water Reactor Plants. Corrosion 16 (1960) S. 241 bis 245.

## Persönliches

### Oberingenieur Eduard Kottenmeier 85 Jahre

Am 1. Mai 1961 vollendete Oberingenieur i. R. Eduard K o t t e n m e i e r, langjähriger Abteilungsleiter in der Firma Louis Eilers, Hannover, in außergewöhnlicher geistiger und körperlicher Frische sein 85. Lebensjahr.

1876 in Herne/Westf. als Sohn einer kinderreichen Familie geboren, kam Kottenmeier nach Abschluß seiner Schulzeit zur nahegelegenen Maschinenfabrik von Fritz Baum, heute Schüchtermann-Crämer-Baum, in die Lehre, wo er nach vierjähriger Lehrzeit noch kurz als Geselle tätig war. Anschließend absolvierte er die Ingenieurschule Mittweida und bestand mit sehr gutem Erfolg 1898 das Ingenieurexamen der Fachrichtung Maschinenbau und Elektrotechnik.

Nach Abschluß seiner Militärzeit fand der 24jährige junge Ingenieur seine erste Stellung bei der Firma August Klönne in Dortmund, wo er in der Abteilung Behälterbau arbeitete. Obwohl seiner beruflichen Ausbildung nach Maschinenbauer, fand die Tätigkeit im

Stahlbehälterbau bald sein stärkeres Interesse, nicht nur auf seiten der Konstruktion, sondern auch auf theoretischem Gebiet. Rastlos bemüht, sich die Grundlagen für die Berechnung des Behälterbaues anzueignen, studierte er die damals noch spärliche Literatur, um sich auf dem für ihn neuen Fachgebiet zu vervollkommen. Er wechselte seine Stellung und ging als Ingenieur zu den Wilkewerken nach Braunschweig, wo er an der Technischen Hochschule die Möglichkeit hatte, Statik und Stahlbau zu hören. Während seiner Tätigkeit bei den Wilkewerken, wo er nach kurzer Zeit Abteilungsleiter wurde, hat Kottenmeier eine große Anzahl von Behältern, insbesondere Flüssigkeitsbehälter, entworfen und gebaut, und sich gleichzeitig im Stahlbau und Brückenbau betätigt.



Im Jahre 1914 wurde Kottenmeier von der Firma Louis Eilers nach Hannover verpflichtet und ihm eine Abteilung Stahlbau- und Behälterbau unterstellt, der er als Oberingenieur bis zu seinem Ausscheiden im Jahre 1945 vorstand. In diesen vielen Jahren erfolgreicher Tätigkeit konnte Kottenmeier seine reiche konstruktive Begabung und sein theoretisches Wissen voll entfalten. Unter seiner Leitung entstanden zahlreiche große Bauten im In- und Ausland. Seine Vielseitigkeit und sein Können erwarben ihm überall das Vertrauen der Bauherren, die seine persönliche Mitarbeit und Beratung suchten.

Das Bild eines erfolgreich tätigen Ingenieurs wäre unvollkommen, ohne Erwähnung seiner menschlichen Eigenschaften. Persönliche Liebenswürdigkeit, Gewandtheit und Aufrichtigkeit halfen ihm auch die schwierigste Situation zu meistern und haben oft zu seinen beruflichen Erfolgen beigetragen.

Trotz angespannter Tätigkeit fand Kottenmeier Zeit, sich Sonderaufgaben zu widmen. Im Jahre 1930 erschien im Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, sein Buch „Stahlbehälterbau“, lange Zeit die einzige umfassende Abhandlung dieses Sondergebietes des Stahlbaus. Noch als 70jähriger übernahm er im Auftrage des Bauaufsichtsamtes Hannover die Nachrechnung der bombenbeschädigten Kuppel der Stadthalle.

Mit Leib und Seele Ingenieur, gehört seine Liebe auch jetzt noch im hohen Alter dem Stahlbau. Nach dem Tode seiner Lebensgefährtin sucht und findet er innere Befriedigung bei der Beschäftigung mit alten und neuen Problemen seines Fachgebietes.

E. H ö b e r, Hannover

## Bücherschau

Schreyer: Praktische Baustatik, Teil 2, 9. überarbeitete Auflage, 1960, VI, 245 Seiten, 433 Bilder, DIN C 5, kart. DM 14,80, Hln. DM 16,80 und Teil 3, 4. überarbeitete Auflage, 1960, VI, 245 Seiten, 369 Bilder, Preise wie Teil 2; bearbeitet von Baurat a. D. Dipl.-Ing. Ramm, Essen und Baurat Dipl.-Ing. W. Wagner, Darmstadt. G. B. Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart.

Der Teil 3 des bekannten Schreyerschen Werkes, der sich hauptsächlich mit den Brücken- und Kranbauten befaßt, darüber hinaus aber auch Ergänzungen für die Berechnung von Hoch- und Tiefbauten bringt, liegt nun in 4. überarbeiteter Auflage vor.

Wesentliche Änderungen gegenüber der 1956 erschienenen 3. Auflage ergeben sich vor allem durch die Berücksichtigung von Neufassungen einschlägiger Normen und Vorschriften, wie etwa der DIN 1050, DIN 4100 und der BE. Es ist zu begrüßen, daß innerhalb dieses Buches auch auf die Verfahren zur Berechnung des Erdruckes und der Erdwiderstände eingegangen wird, deren Kenntnis für den Brückenbauer von Wichtigkeit ist.

Für den 2. Teil, in dem gegenüber der früheren, 1958 erschienenen Auflage lediglich kleinere Mängel beseitigt wurden, sei hier auf die ausführliche Besprechung in H. 6 (1958), S. 168 dieser Zeitschrift verwiesen.

Für beide Teile wäre es wünschenswert, wenn in den Kapiteln, die sich mit der Schweißtechnik und den zugehörigen Berechnungsmethoden befassen, eine eindeutige klare Terminologie, wie etwa „Schweißzugspannung“ statt „Schrumpfspannung“, „Betriebsspannung in der Schweißnaht“ statt „Schweißspannung“, eingeführt würde, die nicht zuletzt auch im Interesse der Studierenden läge.

Zusammen mit dem als Einführung in die praktische Baustatik gedachten 1959 erschienenen Teil 1 liegt damit das gesamte Werk in neuer Auflage vor. In dem später erscheinenden Teil 4 ist eine Vertiefung in die Verformungslehre und die in der Praxis angewandten Methoden der Rahmenberechnung vorgesehen.

G. L a c h e r, Darmstadt



## AUS DER INDUSTRIE

(Ohne Verantwortung der Schriftleitung)

### Krupp hilft bei der Lösung aktueller Verkehrsprobleme

Die brennenden Verkehrsprobleme der Gegenwart stellen dem entwerfenden Ingenieur neue Aufgaben auf dem Gebiete des Brückenbaus. Um das steigende Verkehrsvolumen aufnehmen zu können, werden viele Städte Kraftverkehrsstraßen in der zweiten Ebene bauen. Die Verlegung von überbelasteten Verkehrswegen aus den Stadtkernen macht die Überbrückung wertvollen Geländes durch Hochstraßen erforderlich. Die Deutsche Bundesbahn wird in den kommenden Jahren viele niveaugleiche Kreuzungen Bahnkörper — Straße durch Über- oder Unterführungen ersetzen. Ebenso werden derartige Probleme bei den Wasserstraßen und in unseren Binnen- und Seehäfen anstehen. Aber auch in Großbetrieben der Industrie werden zur Einsparung von Werksflächen oder zur Verbesserung des innerbetrieblichen Verkehrsflusses Hochstraßen gebaut werden.

Bei all diesen Aufgaben ist die Erstellung von Brücken unter ungünstigen räumlichen Bedingungen durchzuführen. Die Aufrechterhaltung des Verkehrs auf den vorhandenen Verkehrswegen muß ohne nennenswerte Einengung der bisher zur Verfügung stehenden Fahrbahnen während der Bauarbeiten gewährleistet sein. Es werden daher vorwiegend solche Bauweisen gewählt werden, bei denen in Art eines Baukastensystems die vorher in den Werkstätten gefertigten möglichst großen Einzelteile in schneller Folge an der Baustelle zusammengebaut werden. Die Firma Fried. Krupp Maschinen- und Stahlbau Rheinhausen hat seit Jahren diese Montageweise verfolgt und mit Erfolg angewendet. Eine in Gemeinschaftsarbeit durchgeführte Neuentwicklung auf diesem Gebiet ist die Verwendung fertiger Stahlbetonplattenteile für die Fahrbahnen von Straßenbrücken, welche durch Verschraubung auf der stählernen Unterstützungsstruktur befestigt werden und in Verbund mit der Stahlkonstruktion als Haupttragelement wirken. Diese Bauweise wird als „dübelloser Verbund“ bezeichnet.

Auf der diesjährigen Deutschen Industriemesse in Hannover zeigte Krupp ein Teilstück dieser Hochstraßenkonstruktion im Maßstab etwa 1:1, wobei die Originalbauweise „dübelloser Verbund“ in allen Einzelheiten durch Darstellung von Auf- und Abfahrten in der Krümmung und in gerader Strecke sowie in Verzweigungen gezeigt wurde. Allen technisch interessierten Kreisen wurde damit Gelegenheit geboten, an einem ausgeführten Beispiel die Verwendungsmöglichkeit dieser Bauweise für die Lösung ihrer aktuellen Verkehrsprobleme zu prüfen.

### SIEBAU auf der Deutschen Industriemesse

Die Siebau-NORMHALLE, die in fünf Spannweiten und verschiedenen Traufenhöhen vom Lager lieferbar ist, erfüllt die für den Stahlbau geltenden DIN-Vorschriften. Die Binder sind als Zweigelenrahmen mit geschweißten Vollwandbinderstielen und parallelgurtigen Riegeln mit eingeschweißten Fachwerkstäben ausgebildet. Der aus vier Teilen bestehende Binder ist einfach und schnell montier- und auch demontierbar.

Für Bimsbetonplatten betragen die Binderabstände 5 m und für leichte Dacheindeckungstoffe wie Wellasbest, Wellblech oder Platten aus Preßholz 7,5 m.

Außerdem waren Siebau-Schwingtore ausgestellt, die in vier Normgrößen geliefert werden.

### Großflächenplatte von STELCON A. G., Essen

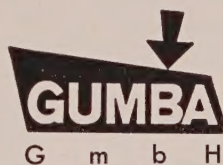
Oft ist der Betriebsleiter auf der Suche nach einem geeigneten Bodenbelag, der den Anforderungen seiner Industrie gerecht wird. Man erwartet von dem Belag, daß eine schnelle, störungsfreie, gefahrlose und saubere Betriebsabwicklung gewährleistet wird und, daß die Langlebigkeit der Transportmittel sowie Schonung des Erzeugungs- und Lagergutes garantiert ist.

Unter der Bezeichnung „Stelcon-Großflächenplatte DBP“ wird seit geraumer Zeit ein Industrieboden-Belag aus Hartbeton und Stahl hergestellt. Ursprünglich für den reinen Industriebedarf entwickelt, hat sich dieser transportable Bodenbelag schnell auch andere Interessentenkreise erschlossen. Vornehmlich im Ruhrgebiet werden damit auch Park-, Markt- und andere öffentliche Plätze belegt, weil diese Platten gegen Bergschäden unempfindlich sind.

Eine Verlegekolonne von drei Mann mit einem Hubstapler vermag pro Tag etwa 200 bis 250 m<sup>2</sup> des Bodenbelages zu verlegen. Unmittelbar nach der Verlegung können die Großflächenplatten selbst mit den schwersten Lasten befahren werden.



Planen Sie Ihr nächstes Bauwerk mit GUMBA: Brücken, Balken, Binder ruhen zwangungsfrei auf GUMBA-Lagern. Über die Berechnung informiert Sie unsere ausführliche Broschüre.



MÜNCHEN 42  
Mathunistraße 13

3101/23

**STAHL BRAUCHT SCHUTZ**

Witterungseinflüsse und aggressive Industrie-Atmosphäre bedrohen Ihr Eigentum.

Durch unsere vielfältig bewährten

**SCHUTZANSTRICHE**

konservieren Sie Ihre Betriebsanlagen dauerhaft und zuverlässig. Unsere reichen Erfahrungen sind Ihr Vorteil.

Lassen Sie sich unverbindlich beraten.

**LEHLER BAUTENSCHUTZCHEMIE**

**STUTTGART UND GELSENKIRCHEN/BUER**





Gesellschaft für Schweißtechnik m. b. H.  
Jülicher Straße 122/134  
Tel. Sa.-Nr. 3 48 41 u. 2 19 41, FS. 83 27 01

Der gewachsene oder angeschnittene, verdichtete und planierte Boden erhält eine etwa 5 cm starke Sandschicht, auf welche die Platten verlegt werden. Nur bei außergewöhnlicher Beanspruchung wird das Sandbett am Rand vermörtelt. Form, Gewicht und Konstruktion geben dem Belag absolute Standfestigkeit und gewährleisten störungsfreien Betrieb.

Die Platten können wieder aufgenommen und verlegt werden, sie können bei Setzungen des Erdreichs mühelos durch Nachfüllen von Sand unter den Platten ausgerichtet werden.

Die Normalgröße der Stelcon-Großflächenplatten DBP beträgt 200 × 200 cm. Zum Ausgleich der Bodenflächen oder für sonstige Sonderfälle werden Paßplatten in abweichenden Abmessungen hergestellt.

Das Gewicht einer Normalplatte beträgt bei 12 cm Dicke etwa 1200 kg.

Der Unterbeton ist mit Baustahlgewebe doppelt bewehrt. Die Verschleißschicht an der Oberfläche ist der jeweiligen Betriebsbeanspruchung angepaßt, entweder als Ausführung 1 mit metallischem Stelcon-Panzer-Hartbeton für schwerste Beanspruchung oder als Ausführung 2 mit mineralischem Stelcon-Ferubin-Hartbeton für schwere Beanspruchung oder als Ausführung 3 mit einer Verschleißschicht aus Edelbasaltspalt für mittelschwere Beanspruchung.

Zum Schutz der Kanten und Ecken an der Oberfläche sind die Platten mit einem Spezial-Winkelrahmen versehen, der durch angeschweißte Anker mit dem Unterbeton verbunden ist.

### Elektrische Rechenanlage ELECTROLOGICA X1

Die ELECTROLOGICA GMBH, Düsseldorf, veranstaltet in kurzen Zeitabständen Seminare zur Einführung in die Arbeitsweise und die Programmierung der elektronischen Rechenanlage X1. Diese Seminare sind kostenlos und geben Interessenten die Möglichkeit, sich unverbindlich über die allgemeinen und speziellen Einsatzmöglichkeiten der X1 zu informieren. Ferner werden besondere Kurse durchgeführt, in denen weitergehende Kenntnisse in der Programmierung auch schwieriger Aufgaben vermittelt werden.

### Schweißfachingenieur- und Schweißfachmann-Lehrgänge in Frankfurt am Main

Die amtlich anerkannte Ausbildungs- und Prüfstelle für Schweißtechnik in Frankfurt am Main (Leitung Prof. Ing. habil. Hermann Holler, Frankfurt am Main, Frauenlobstraße 45) veranstaltet

- Schweißfachingenieurlehrgang: Beginn: 10. 7. 61 und 4. 9. 61.
- Schweißfachmannlehrgang: vom 12. 8. bis 21. 8. 61.

Nähere Einzelheiten durch das genannte Institut, Frankfurt am Main, Frauenlobstraße 45, Tel. 77 29 50. Preiswerte Unterkünfte können besorgt werden.

### VEDAG empfiehlt Beläge für stählerne Fahrbahntafeln

Als „Leichtfahrbahnbeläge“ stählerner Straßenbrücken kommen besonders bituminöse Beläge in Betracht, die in geringer Stärke auf stählernen Fahrbahntafeln verlegt werden. Die Beläge<sup>1)</sup> müssen standfest, verschleißfest, dicht sein und sich den Formänderungen der Fahrbahntafel anpassen, was in den klimabedingten Temperaturbereichen teils plastisch, teils elastisch möglich ist.

In erster Linie eignet sich der Gußasphalt mit seinem hohlraumarmen Mineralgerüst, der satten Ausfüllung der Hohlräume und der vollkommenen Umhüllung des Minerals mit Bindemittel.

Mit Rücksicht auf die auftretenden tiefen Temperaturen, die ursächlich für Rissebildung im Belag sein können, ist es tunlich, die Stahlplatte der Fahrbahn mit einem Korrosionsschutz zu versehen. Bewährt hat sich als Korrosionsschutz eine Bauweise, bei der auf die mit einem Voranstrich versehene Fahrbahntafel eine Klebe- bzw. Ausgleichsschicht und darauf eine Metallfolie verlegt wird, auf die der Gußasphalt aufgebracht wird.

Durch die Klebe- bzw. Ausgleichsschicht werden nach einem Bericht von Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. e. h. F. Raab die Zug- und Schubspannungen reduziert, die dem Gußasphaltbelag dann aufgezungen werden, wenn sich das Stahlblech unter Temperatureinflüssen dehnt oder sich unter Last deformiert. Dabei ist zu berücksichtigen, daß der Elastizitätsmodul des Gußasphaltes temperaturabhängig und von jenem des Stahls verschieden ist und daß außerdem die Temperaturdehnungskoeffizienten von Gußasphalt und Stahl verschieden sind. Der Temperaturdehnungskoeffizient des Gußasphaltes ist bei 0° C  $12,7 \cdot 10^{-6}$  und dabei nur wenig größer als jener des Stahles mit  $11,5 \cdot 10^{-6}$ . Bei tieferen Temperaturen ist er aber je °C um  $0,46 \cdot 10^{-6}$  größer, während jener des Stahls praktisch konstant bleibt. Demgemäß will sich der Gußasphalt bei sinkender Temperatur zusammenziehen. Im fest haftenden Belag entstehen deshalb Zugspannungen, die mit fallender Temperatur zunehmend größer werden. Bei im Stahl und im Belag steigender Temperatur werden sie wieder abgebaut, wobei der Stahl meist wegen seines guten Wärmeleitvermögens rascher erwärmt wird als der oft mit einer Schnee- oder Eisschicht bedeckte Belag. Deshalb können auch bei rasch steigender Temperatur Zugspannungen auftreten, die beispielsweise bei einem Temperaturunterschied von 20° C zwischen Stahl und Gußasphalt schon bei  $34,5 \text{ kg/cm}^2$  liegen können. Insgesamt kann die Spannung in der untersten Schicht des Gußasphaltes wegen der Verschiedenheit der Temperaturdehnungskoeffizienten in einer Richtung auf etwa  $40 \text{ kg/cm}^2$  ansteigen. Man muß dann mit einer resultierenden Zugspannung von etwa  $40 \cdot \sqrt{2} = 57 \text{ kg/cm}^2$  rechnen. Dazu kommen die Spannungen, die infolge der Verformung des Stahlbleches unter Verkehrslast auftreten.

Deshalb ist es sehr zweckmäßig, den Gußasphalt, der solchen Zugspannungen nicht gewachsen ist, auf einer Ausgleichsschicht zu verlegen.

Bei den jetzt im Rahmen des Versuchsprogrammes der VEDAG, Vereinigte Dachpappenfabriken Aktiengesellschaft/Baugesellschaft Malchow GmbH, durchgeführten Versuchen kam es insbesondere darauf an, die Eignung verschiedener Beläge zu untersuchen, bei denen das Prinzip der „Verbundbauweise“ angewandt wurde.

Auf Grund von Beobachtungen in der Baupraxis sowie der versuchsmäßigen Feststellungen bezüglich der Schubhaftung der Beläge und des Zustandes der Ausgleichsschicht müssen die Verbundbauweisen, bei denen Metallfolien aus Kupfer oder aus Aluminium auf eine auf das vorbehandelte Stahlblech gegossene bituminöse Klebmasse aufgewalzt werden, als besonders geeignet gelten.

<sup>1)</sup> Vgl. Kirschner, O.: Neuere Erkenntnisse bei Brückenbelägen, Stahlbau 27 (1958) H. 1, S. 16.





**2 WICHTIGE**

**NEUERSCHEINUNGEN**

Ein schöner, korrosionsbeständiger Werkstoff für die Architektur: Edelstahl „rostfrei“. Wie vielfältig seine Anwendung bereits ist, zeigt die soeben erschienene, reich bebilderte Broschüre „Edelstahl „rostfrei“ in der Architektur“ mit zahlreichen Beispielen (Außen- und Innenverkleidungen, Türen und Portale, Treppen und Foyers, Fenster, Griffe, Gitter, Möbel, Küchen). Die zur Verfügung stehenden Stahlsorten, ihre Merkmale, Eigenschaften, Lieferformen und ein Bezugsquellenverzeichnis finden Sie in der Schrift „Edelstahl „rostfrei“ für Architekten“. Diese beiden, für Architekten und Verarbeiter wichtigen Neuerscheinungen schicken wir Ihnen gern kostenfrei zu.

**NICKEL-INFORMATIONSBÜRO GMBH**  
DÜSSELDORF 1 · POSTSCHLIESSFACH 5925

### Abkantarbeiten für Abkantpresse

3500 mm Arbeitslänge, bei Schenkellänge von 250 mm freie Durchgangslänge zwischen den Ständern 2000 mm, übernimmt:

**Stahlbau Adolf Jrle KG.,** Buschhütten/Siegerland

Telefon: Siegen 72 2 47 - 49

Fernschr.: 08 7880



**Abdeckroste**  
stabil  
trittsicher

**STEINHAUS**  
GMBH · MULHEIM (RUHR) · SPELDORF

### ANZEIGEN

in „DER STAHLBAU“



**stets im Blickfeld**

der Auftraggeber

## U-P-Schweißdraht

verkupfert oder verbronz



Passend gespult für alle Schweißautomaten (von 10 bis 65 kg).  
Mammottrommeln (bis 1000 kg in einer Ader).  
Reichhaltiges Lager in ca. 25 verschiedenen Richtanalysen (von 1,5 bis 12 mm Ø).

Mit Bronzeoberfläche hochglanzpoliert ist beste Gleitfähigkeit, das heißt störungsfreies Schweißen, garantiert.

**Fabrikfliess**

HERMANN FLIESS & CO., DUISBURG

### STELLENGESUCHE

#### Stahlbau-Ingenieur

Anfang 40, in ungekündigter Stellung, 3 Jahre Statiker, 9 Jahre Leiter eines Konstruktionsbüros, Vertreter des technischen Leiters, z. Z. Großbaustelle, sucht neuen Wirkungskreis.

Angebote erbitte ich unter Nr. 20 462 an die Anzeigenabteilung DER STAHLBAU, Berlin-Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 169.

### STELLENANGEBOTE

Stahlbauunternehmen mittlerer Größe sucht

#### Statiker

für Stahlhochbauten, gegebenenfalls sind wir an einer freiberuflichen Mitarbeit interessiert.

Weiterhin stellen wir ein:

einen versierten, selbständigen

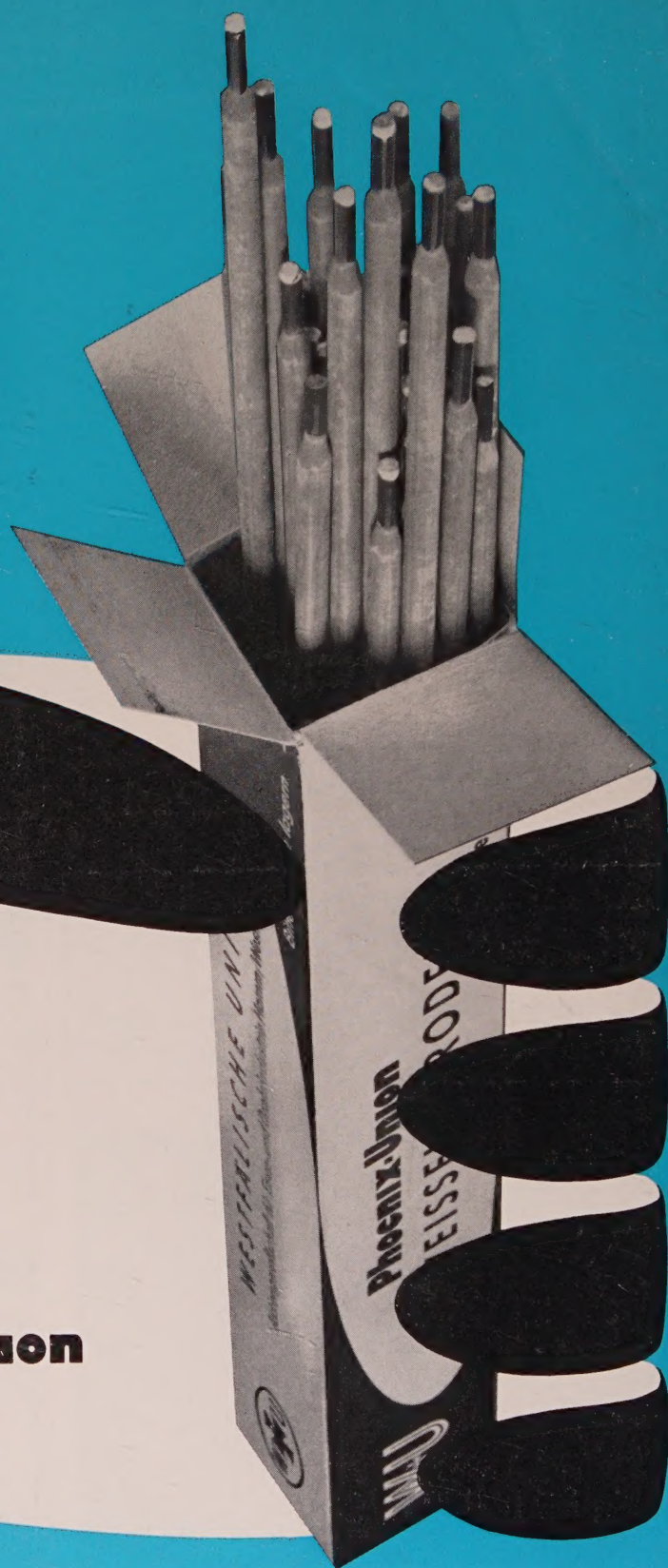
#### Konstrukteur.

Angebote erbeten unter 20 459 an „DER STAHLBAU“, Anzeigenabteilung, Berlin-Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 169.



immer  
eine  
glückliche  
Hand  
mit

**Phoenix-Union**



WESTFÄLISCHE UNION · Aktiengesellschaft für Eisen- und Drahtindustrie Hamm (Westf.)